

**Mémoire présenté devant l'Université Paris Dauphine
pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuaire**

le _____

Par : TERRE Gabrielle

Titre: « Indexation spécifique aux traités de réassurance et analyse de l'impact d'une catastrophe naturelle. »

Confidentialité : ☐ NON ☐ OUI (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire :

Signature :

Entreprise : SCOR,
5 avenue Kleber, 75116 Paris

Nom :

Signature :

Membres présents du jury du Master
Actuariat de Dauphine :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : M. BOVY Henry

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Secrétariat :

Bibliothèque :

Signature du candidat :

Résumé

Posséder une base de données historique est un des enjeux majeurs des compagnies d'assurance et de réassurance. La réglementation impose aux assureurs et aux réassureurs d'être en mesure de tester leurs modèles en les comparant à des données historiques (backtesting). La notion de backtesting est notamment très présente dans la directive Solvabilité II.

Disposer d'une vision historique et indexée de nos pertes nous a permis de comparer ces dernières entre elles. Le but de ce mémoire a d'abord été d'évaluer l'évolution du portefeuille et des pertes SCOR selon divers axes, en regardant par exemple l'évolution par région ou encore par type de péril.

L'analyse s'est ensuite portée sur l'impact d'une catastrophe naturelle sur la politique tarifaire de l'entreprise, par le biais de la construction de courbe de marché. A cette fin, nous avons utilisé le Rate On Line (RoL), défini comme le rapport de la prime de réassurance au montant de la garantie achetée. Le RoL reflète le coût d'achat de la couverture et permet la comparaison des différentes tranches d'un traité sur une même échelle.

<i>Mots Clés : Réassurance, Catastrophe naturelle, Rate On Line, Excédent de pertes, Loss Ratio, Accumulation, Tarification, Courbe de marché, Zone CRESTA, Coefficient de régression.</i>

Abstract

Owning a historical database is a key issue for insurers and reinsurers, particularly with the emergence of the need for backtesting, very present in Solvency II. The regulation requires insurers and reinsurers to be able to test their models by comparing them to historical data (backtesting).

Having an historical and indexed vision of our losses has allowed us to compare them to one another. We have been able to assess the evolution of SCOR portfolio and losses among various axes, such as evolution by region or by peril.

Finally, in a last part, we turned to the impact of a natural disaster on the pricing policy of the company, through the construction of market curve. In order to do this, we used the Rate On Line (RoL), defined as the ratio of the reinsurance premium by guarantee amount purchased. The Rate On Line reflects the cost of the coverage and allows the comparison of different layers of a treaty on the same scale.

<i>Key Words : Reinsurance, Natural disaster, Rate on Line, Excess of loss, Loss Ratio, Accumulation, Pricing, Market curve, CRESTA zone, Coefficient of determination.</i>
--

Synthèse

- Problématique et méthodologie suivie

La réglementation actuelle impose aux assureurs et aux réassureurs d'être en mesure de tester leurs modèles en les comparant à des données historiques, c'est ce qu'on appelle le Backtesting. Aussi disposer d'une base de données historique est un des enjeux majeurs des compagnies d'assurance et de réassurance, notamment avec la mise en place de la directive Solvabilité II.

Ce mémoire a pour objectif de présenter la méthode utilisée pour créer une base de données des catastrophes naturelles et de tester la cohérence de nos données.

Les récents changements réglementaires ont mis en lumière les besoins des assureurs et réassureurs de disposer de leur propre jeu de données historiques. Or, ces données sont difficilement récupérables sur une longue période et leur fiabilité n'est pas garantie. En effet, l'apparition de documentation historique et de sauvegarde des données de manière centralisée est très récente dans la majorité des compagnies concernées.

Concernant les catastrophes naturelles, d'autres éléments, tels que les études sur le changement climatique, mettent l'accent sur l'importance de l'existence d'une base de données fiable recensant des informations les plus précises possibles.

De manière macro-économique, on observe que la survenance d'une catastrophe naturelle conduit à une évolution des conditions et des coûts de la réassurance pour les assureurs. Ainsi, disposer d'une base de données des catastrophes naturelles nous permet de visualiser leurs impacts sur la tarification des traités de réassurance.

Dans un premier temps, nous présenterons la méthodologie utilisée pour récupérer notre jeu de données, le rendre exploitable et en analyser la cohérence. Nous utiliserons des données internes de l'entreprise concernant les pertes subies par SCOR depuis 1975, relatives à des catastrophes naturelles, ainsi que des données externes provenant de sources en libre accès pour répertorier le maximum d'informations sur ces catastrophes. Nous nous baserons ensuite sur des historiques de pertes existant au niveau mondial afin d'y comparer notre base de données et d'en vérifier la cohérence macro-économique.

Dans un second temps, dans l'optique de comparer nos pertes entre elles, il a fallu trouver une méthode d'indexation de ces dernières. Nous présenterons les différentes méthodes existantes sur le sujet, la première concernant l'indexation des pertes globales et la seconde se focalisant sur l'étude des pertes assurées. En effet, pour être en mesure d'évaluer l'impact d'une catastrophe naturelle, il faut nous placer à une échelle permettant la comparaison dans le temps de ces dernières. Nous présenterons notre approche pour l'indexation des pertes connues par le milieu de la réassurance. La théorie présentée se basera sur la méthode des S/P ou connue sous le nom de « Méthode des Loss Ratio », cette dernière ayant l'avantage de ne nécessiter aucun apriori sur le jeu de données.

Des corrections seront toutefois apportées à cette méthode. Nous présenterons les limites auxquelles nous avons été confrontés et les moyens envisagés pour les contourner.

Dans un troisième temps, nous présenterons les méthodes existantes pour modéliser les pertes imputables aux catastrophes naturelles par le biais de l'utilisation de modèles Cat. Nous verrons que les programmes de modélisation de catastrophes naturelles se multiplient sur le marché et les résultats en sortie de ces modèles sont divers.

En réalité il n'existe pas de statistiques fiables permettant la modélisation des catastrophes naturelles et ces différents modèles ne suffisent plus à asseoir une tarification appropriée.

De plus, dans le cadre des nouvelles normes imposées aux assureurs et aux réassureurs, notamment avec Solvabilité II, il est nécessaire d'être capable de justifier l'utilisation d'un modèle et d'une méthode plutôt qu'une autre. La notion de Backtesting est de plus en plus présente et demande aux assureurs et aux réassureurs un réel travail d'étude des données pour leur permettre de valider l'utilisation d'un modèle.

Le jeu de données historiques ainsi créé permettra aux équipes en charge des modèles internes de pouvoir effectuer des analyses de type backtesting et, si besoin, d'apporter un ajustement aux sorties fournies par les modèles.

Dans une dernière partie, nous utiliserons notre jeu de données pour étudier l'impact d'une catastrophe naturelle sur la tarification.

Nous avons cherché à modéliser le Pay-Back, c'est-à-dire la hausse du coût de la réassurance, effectué par SCOR sur un programme lors de l'exercice suivant la survenance d'une catastrophe naturelle. Pour comparer nos programmes de réassurance entre eux, et surtout comparer les différentes tranches d'un programme, nous avons utilisé les Rate On Line et nous avons construit des courbes de marché de Rate On Line. Le Rate On Line (RoL) est défini comme le rapport de la prime de réassurance au montant de la garantie achetée, il permet de refléter le coût d'achat de la couverture et permet la comparaison des différentes tranches d'un traité sur une même échelle.

Nous avons commencé par présenter les différentes méthodes existantes concernant la création de courbe de marché et nous avons proposé notre approche, en la comparant à ces dernières. Après avoir obtenu une équation de la courbe de marché, en nous basant sur l'étude à une échelle nationale afin de disposer d'un jeu de données suffisamment large, nous avons étudié nos courbes de marché programme par programme avant et après la survenance d'une catastrophe.

Le but a été d'établir une relation entre l'influence d'une catastrophe naturelle et la période d'occurrence de cette catastrophe, et de détecter si l'impact d'un type de catastrophe est plus important que celui d'un autre type. Nous avons, par exemple, voulu savoir si un tremblement de terre avait plus d'impact sur l'évolution de la structure d'un programme de réassurance qu'une tempête.

Dans ce mémoire, une attention particulière a été portée à l'étude des tempêtes européennes. En effet, dans le Hub SCOR Paris, la plus grosse partie du portefeuille, en termes de primes, se concentre sur la zone appelée « Europe vents ». Il s'agit des

régions d'Europe les plus souvent impactées par les tempêtes. Comme le montre l'expérience des cinquante dernières années, les grosses tempêtes à l'origine d'une forte sinistralité ont un rythme décennal et à l'heure actuelle, les primes tempêtes ne permettent pas de couvrir les sinistres susceptibles de se produire sur le long terme. Les réassureurs ne peuvent donc pas réaliser la marge dont ils ont besoin pour rémunérer les capacités qu'ils offrent. La connaissance du risque tempête est un des enjeux majeurs de la réassurance, qui passe par une meilleure compréhension des modèles sur ce péril.

- Principaux travaux et résultats

Dans ce mémoire, nous avons tout d'abord présenté la méthodologie utilisée pour élaborer la création d'une base de données et nous avons testé la robustesse des données en les comparant à des données macro-économiques.

Ensuite, nous avons présenté différentes méthodes d'indexations existantes ainsi que leurs limites et nous avons exposé notre modèle pour l'indexation des pertes connues par les réassureurs.

Puis, une autre partie a été dédiée à la description des méthodes de modélisation des pertes, en insistant sur l'importance pour les réassureurs de disposer d'un historique de données afin d'effectuer des analyses de type backtesting. Nous avons comparé les résultats fournis par le modèle interne de l'entreprise à notre jeu de données historique. Nous avons détecté une surestimation par les modèles des pertes liées aux tremblements de terre et une sous-estimation des pertes liées aux inondations.

Enfin, nous avons étudié l'impact de ces catastrophes naturelles sur la tarification des traités de réassurance.

Tout d'abord en présentant notre modèle pour la création de courbe de marché puis en étudiant l'impact d'une catastrophe naturelle sur la structure des programmes de réassurance. L'objectif était de quantifier le pay-back effectué par les compagnies de réassurance et d'en observer l'évolution au cours du temps.

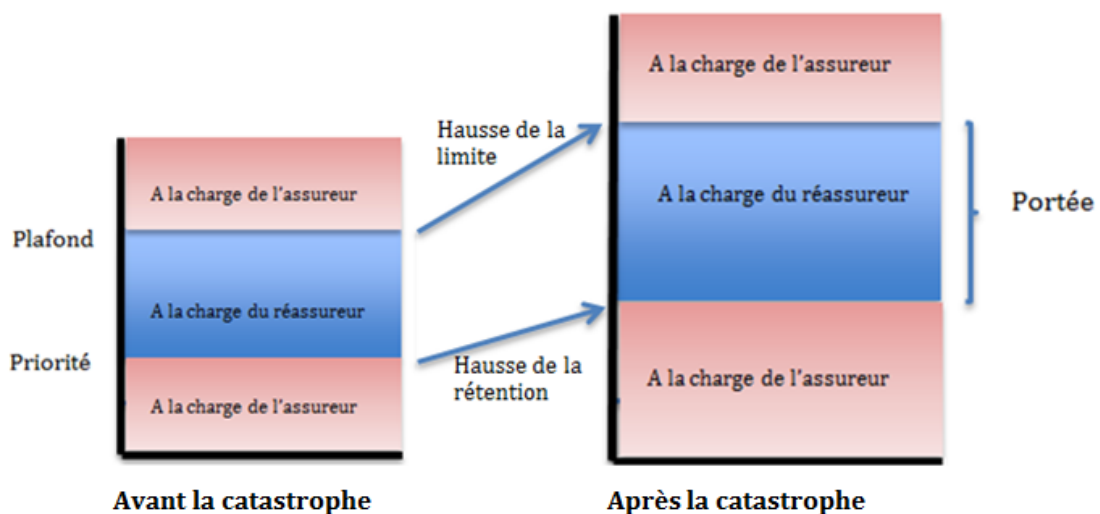
Nous avons constaté qu'au cours du temps, l'effet d'une catastrophe naturelle sur la tarification des traités de réassurance a diminué. Cet effet peut être expliqué par la diversification géographique des traités de réassurance qui permet de compenser l'impact d'une catastrophe dans une certaine zone par l'absence de catastrophe dans une autre. L'accroissement de la concurrence entre réassureurs peut aussi expliquer la diminution du pay-back effectué par les réassureurs, qui cherchent à maintenir une offre attractive envers les assureurs. Enfin, la meilleure connaissance des marchés par les compagnies de réassurance peut expliquer cette baisse de l'impact d'une catastrophe.

Nous avons aussi regardé si le pay-back variait d'une zone géographique à une autre. Nous avons constaté que ce dernier était plus prononcé en Amérique du Nord qu'en Europe. Cela peut s'expliquer par l'implantation plus récente de SCOR sur les marchés Nord-Américains et donc par une connaissance plus faible de la réactivité de ces marchés. Toutefois, les tempêtes en Europe demeurent les événements générant l'effet le plus important sur le coût de la réassurance.

Enfin, nous avons constaté une hausse des rétentions et des limites de nos programmes lorsqu'ils étaient touchés par une catastrophe naturelle. Nous avons

remarqué que plus un programme est touché par une catastrophe naturelle, plus il y a de chance d'assister à la création d'une tranche supplémentaire sur le programme l'année suivante. Cette corrélation positive entre la taille de la perte et le niveau de la limite n'est en revanche pas aussi marquée si on s'intéresse à la hausse de la rétention. Cette dernière augmente à la suite d'une catastrophe, indépendamment de la taille de la perte. La hausse de la rétention semble être une demande émanant des réassureurs qui désirent un engagement démarrant à un seuil plus haut alors que la hausse des limites semble, quant à elle, venir des assureurs, qui désirent être couverts pour des montants plus importants, ce qui est souvent accompagné de la création d'une nouvelle tranche.

Le graphique ci-dessous illustre l'impact observé d'une catastrophe naturelle sur un traité de réassurance :



Cette étude nous a permis d'obtenir un modèle prédictif de la hausse tarifaire appliquée sur les traités de réassurance après l'impact d'une catastrophe naturelle. Lors des prochains renouvellements, nous pourrions comparer les prix réellement appliqués avec ceux que nous aurions pu obtenir en nous basant sur le modèle.

La différence entre les prix modélisés et observés nous permettra de mettre en avant de possibles avantages dont peuvent bénéficier certaines cédantes et d'essayer d'y trouver une explication. Enfin, cette étude pourra servir aux équipes en charge de la tarification, lors de renouvellements futurs, pour ajuster les tarifs en fonction de l'historique de la cédante.

Synthesis

- Issues and methodology

Owning a historical database is a key issue for insurers and reinsurers, particularly with the emergence of the need for backtesting, very present in Solvency II.. The regulation requires insurers and reinsurers to be able to test their models by comparing them to historical data (backtesting).

The goal of this paper is to present the method used to create a database of natural disasters and to test the consistency of our datas.

Recent regulatory changes have highlighted the need for insurers and reinsurers to have their own set of historical data. However, these are difficult to recover if you want to work on a long time period and data reliability is not guaranteed. Indeed, the historical documentation and backup data are very recent in most of the companies concerned. Concerning natural disasters, other elements, such as studies on climate change, point out the importance of the existence of a reliable database with as many information on those events as possible.

Looking at a macroeconomic level, we observe that the occurrence of a natural disaster led to a change in reinsurance conditions and costs for insurers. Owning a database of natural disasters allows us to visualize their impact on the pricing of reinsurance treaties.

Firstly, we'll present the methodology used to collect, clean and analyze our data set. We'll use company internal data on losses experienced by SCOR since 1975, relating to natural disasters, as well as external data from free access database to list as much information on disasters as possible. Then we'll use historical losses data in order to compare them to our database and to check consistency at macroeconomic level.

Secondly, in order to compare our losses to one another, it was necessary to find an indexation method. We'll present the various existing methods on the subject, the first one on indexing overall losses and the second one focusing on the study of insured losses. In order to be able to assess the impact of a natural disaster, it is necessary to study from a scale allowing comparison to one another. We'll present our approach for indexing reinsurance losses. The theory presented will be based on the method of S / P or known as "Method of Loss Ratio", the latter having the advantage of requiring no a priori on the dataset.

However, corrections will be made to this method, we'll present the issues that we faced and how we have overcome them.

Thirdly, we'll present the existing methods of modelling losses due to natural disasters through the use of Cat models. We'll see that natural disasters modelling programs are increasing in the market and the output results of these models are diverse.

In reality there are no reliable statistics for the modelling of natural disasters and these models are no longer sufficient to establish appropriate pricing.

In addition, under the new standards imposed to insurers and reinsurers with Solvency II for example, it is necessary to be able to justify the use of a model and a method rather than another one. The notion of Backtesting is increasingly present and urges insurers and reinsurers to work hard on data to enable them to validate the use of a model.

The set of historical data created will allow teams in charge of internal models to perform backtesting analysis and, if necessary, to make an adjustment to the outputs provided by the model.

In the last section, we'll use our data set to study the impact of natural disasters on pricing.

We tried to model the Pay-Back, ie the rising cost of reinsurance program conducted by SCOR in the year following the occurrence of a natural disaster. To compare our reinsurance programs to one another, and especially to compare the different layers of a program, we used the Rate On Line and we built Rate On Line market curves. The Rate On Line (RoL) is defined as the ratio of the reinsurance premium by guarantee amount purchased, it reflects the coverage buying cost and allows the comparison of different tranches of a treaty on the same scale.

We started by presenting the different existing methods for creating a market curve and we presented our approach. After obtaining an equation of the market curve, based on the study at country level to have a sufficiently large set of data, we studied our market curves for each program before and after occurrence of a disaster.

The goal was to establish a link between the influence of a natural disaster and the period of occurrence of the disaster, and to detect whether the impact of such disasters is more important than another kind. For example, we wanted to know if an earthquake had a greater impact than a storm on the evolution of the structure of a reinsurance program.

In this paper, special attention has been paid to the study of European storms. Indeed, in the Hub SCOR Paris, the largest part of the portfolio in terms of premiums, focuses on the area called "Europe winds." These are the regions in Europe most often affected by storms. Looking at the experience of the past fifty years, we see that severe storms causing high loss are decennial, and for now premiums are not sufficient to cover losses that may occur on the long term. Reinsurers may not realize the margin they need to pay the capacities they offer. Knowledge of storm risk is a major issue of reinsurance, which requires a better understanding of the risk models.

- Key work and results

In this paper, we first presented the methodology used to create a database and we tested the robustness of the data by comparing it to macro-economic data.

Then, we presented various existing indexing methods as well as their limitations and we presented our model for indexing losses known by reinsurers.

Then, another part was dedicated to the presentation of losses modelling methods and the importance for reinsurers to have historical database in order to perform analysis such as backtesting. We compared the results provided by the internal

model of the company to our historical database and we detected overestimating models of losses related to earthquakes and an underestimation of flood losses.

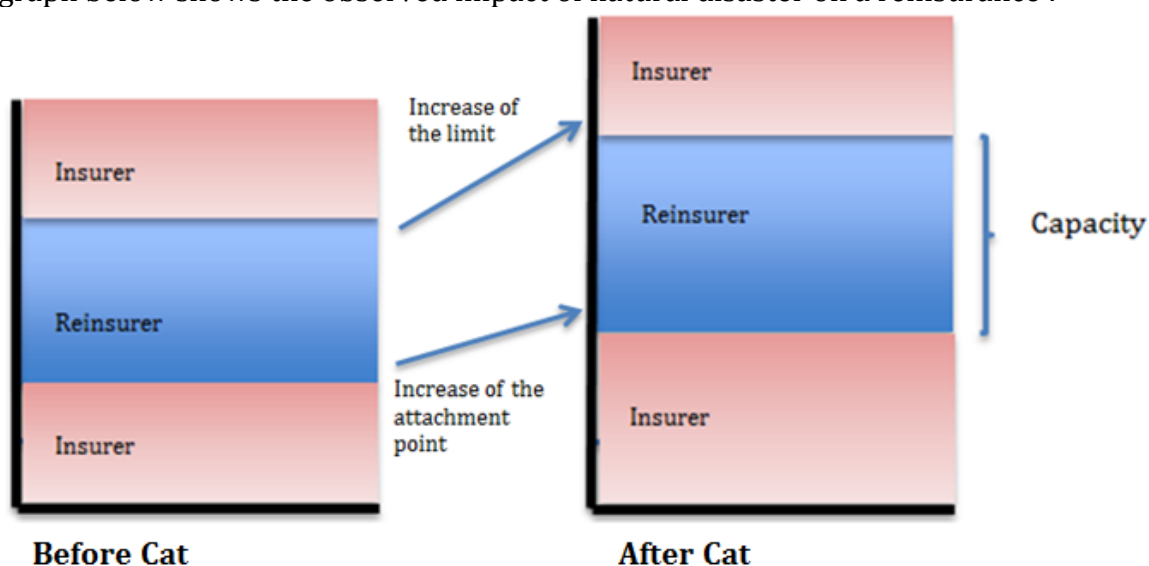
Finally, we studied the impact of natural disasters on the pricing of reinsurance treaties. First we presented our model for creating curved market then we studied the impact of natural disasters on the structure of reinsurance programs. The goal was to quantify the payback made by reinsurance companies and to observe changes over time.

We found that over time, the effect of natural disasters on the pricing of reinsurance decreases. This effect can be explained by the geographical diversification of reinsurance that smoothes the impact of a disaster in a certain area by the lack of a disaster in another. The increased competition between reinsurers may also explain the decrease in pay-back made by reinsurers seeking to maintain an attractive offer to insurers. Finally, a better understanding of markets by reinsurance companies may explain the decrease of the impact of a disaster.

We also looked at whether the payback varied from one geographical area to another and we found that it was more distinct in North America than in Europe, which can be explained by the more recent commitment SCOR on the North American market and therefore a lower knowledge of market responsiveness. However, the impact of a storm in Europe remains the event generating the greatest impact on the cost of reinsurance.

Finally, we have noticed an increase in both retentions and limits of our programs when they were hit by a natural disaster. We have also noted that the more a program is affected by a natural disaster, the more the creation of a new layer is observed in the program on the following year. However, the link between the size of the loss and the level of the limit is not as pronounced if we look at the retention. The retention increases as a result of a disaster, regardless of the size of the loss. The retention increase seems to be a demand from reinsurers, who want to start their commitment at a higher threshold, while the limit increase seems to be a demand from insurers, who want to be covered for higher amounts, which often come with the creation of a new layer.

The graph below shows the observed impact of natural disaster on a reinsurance :



This study allowed us to obtain a predictive model of the rate increase applied to reinsurance after the impact of a natural disaster. During the next renewals, we'll be able to compare prices actually applied with those that would have been expected based on our model.

Differences between modelled and observed prices enable us to highlight the potential benefits that may accrue some cedents and try to find an explanation. Finally, this study may be used by the teams in charge of pricing in future renewals to adjust rates based on the history of the cedent.

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord Henry BOVY, manager de l'équipe Cat de Paris pour m'avoir accueillie au sein de l'équipe, pour avoir suivi mon travail au cours de ce stage et pour sa participation au jury de ma soutenance.

Merci aussi à Marie-Laure FANDEUR et Pierre-Sylvain CHAUMET pour leur patience et leur disponibilité : ils m'ont aidé à mieux appréhender le monde de la réassurance et ont su répondre à toutes mes questions.

Je remercie l'ensemble des membres de l'équipe Cat, Guillaume POUSSE, Thérèse MIELCAREK, Maelle DANIEL et Brigitte BETAT pour leur disponibilité, et pour m'avoir permis de m'intégrer très rapidement dans la vie professionnelle, dans les meilleures conditions.

Je souhaite remercier Xavier COLONNA, Pierre-Antoine MAZOYER, Isabelle SOLESSE et François DES FONTAINES pour m'avoir apporté leurs connaissances sur le milieu de la réassurance.

Merci à Olivier WINTENBERGER pour avoir accepté d'être mon tuteur scientifique, pour son écoute, sa disponibilité et ses conseils.

Mes remerciements s'adressent également à l'ensemble du corps professoral du Master Actuariat de l'Université Paris Dauphine.

Je remercie enfin tous les gens qui ont su m'entourer, m'orienter et me soutenir au cours de ce stage, en particulier Solène BOUTOILLE et Guillaume AURELIEN.

Merci à Christine TERRE et Louis LECOMTE pour la relecture de ce mémoire.

Sommaire

Résumé	1
Abstract.....	1
Synthèse.....	2
Synthesis.....	6
Remerciements	10
Introduction générale	13
PARTIE 1 : MECANISMES DE REASSURANCE	14
1.1 Origine de la réassurance et présentation du marché	14
1.2 La Réassurance obligatoire.....	16
A) Les traités proportionnels	16
B) Les traités non proportionnels.....	18
1.3 La réassurance facultative-obligatoire	22
1.4 Les facultatifs.....	22
1.5 Les catastrophes naturelles aujourd’hui, un besoin de réassurance	22
1.6 SCOR et les catastrophes naturelles.....	26
A) Présentation de l’entreprise.....	26
B) Exposition de SCOR face aux catastrophes naturelles.....	28
C) Focus sur l’Europe des vents (Euro Wind)	29
PARTIE 2 : ANALYSE DES DONNEES ET VERIFICATION DE LA COHERENCE	30
2.1 Description du fichier de données.....	30
A) Evènements mondiaux.....	30
B) Evènements SCOR	31
C) Traités SCOR	32
2.2 Traitement des données et création d’une liaison entre elles	33
2.3 Vérification à l’échelle macro-économique de la cohérence de nos données.....	35
A) Vérification de nos pertes	35
B) Vérification de nos données de portefeuille.....	37
PARTIE 3 : MODELISATION DES METHODES D’INDEXATION	38
3.1 Présentation des méthodes existantes	38
A) Méthodes d’indexations des pertes globales.....	38
B) Méthodes d’indexation des pertes assurées.....	39
3.2 Limites.....	40
3.3 Présentation de notre modèle.....	41
A) Utilisation de la méthode des S/P.....	42
B) Remarques et limites de notre méthode :	44
C) Téléchargement de bases macro-économiques externes	44

PARTIE 4 : RESTRUCTURATION DU PORTEFEUILLE ET UTILISATION DE NOS PERTES INDEXEES COMME BACKTESTING	46
4.1 Restructuration de nos données	46
4.2 Comparaison avec des événements modélisée	46
A) Présentation d'un modèle CAT	46
B) Prolifération des modèles CAT et besoin de Backtesting.....	52
PARTIE 5 : MODELISATION DU RATE ON LINE ET DETECTION DE L'INFLUENCE D'UNE CATASTROPHE NATURELLE SUR LA TARIFICATION	54
5.1 Impact d'une catastrophe naturelle sur le marché de la réassurance	54
A) Les ressources en capital :	54
B) Le Rate On Line.....	55
5.2 Définition du Rate On Line et choix de l'ordonnée	56
A) Utilisation de la moyenne géométrique de la tranche :	57
B) Utilisation du Point Médian Relatif :	58
C) Utilisation du MidPoint/SUPI :	59
5.3 Ajustement du Rate On Line par une fonction de régression.....	60
A) Justification mathématique du choix de la fonction de régression	60
B) Justification macro-économique du choix de la fonction de régression	61
5.4 Résultats et Interprétation	62
A) Comparaison des méthodes :	62
B) Vérification des hypothèses de régression	64
5.5 Etude programme par programme de l'impact	66
A) Etude de tous les programmes CAT XL.....	66
B) Etude des programmes CAT XL de plus de trois tranches.....	70
C) Limites de notre étude.....	80
5.6 Utilisation de l'étude lors des renouvellements futurs	81
Conclusion Générale	82
Bibliographie.....	83
ANNEXES	85
Annexe 1 : Lexique	85
Annexe 2 : Liste des abréviations.....	86
Annexe 3 : Tarification d'un traité de réassurance suivant la méthode Poisson-Pareto	87
Annexe 4 : Calcul des coefficient d'ajustement par la méthode des moindres carrés.....	89
Annexe 5 : Calcul du coefficient de régression	91

Introduction générale

Au cours de ces dernières années, nous avons assisté au fort développement de l'analyse des données et du traitement de l'information (Data Mining), qui coïncide avec l'accroissement des demandes de backtesting par les autorités de contrôle. Il est de plus en plus nécessaire, pour les assureurs et les réassureurs, d'être capable de justifier l'utilisation d'un modèle plutôt qu'un autre à l'aide de données historiques.

C'est en 1992, à la suite de l'ouragan Andrew, qui toucha très violement la Floride que la protection de réassurance contre les phénomènes naturels se développa. Depuis, la réassurance connaît un très fort développement, selon les résultats 2012 de la FFSA [8] : « le marché de la réassurance a généré un chiffre d'affaire brut d'environ 230 milliards de dollars », soit 3 fois plus qu'en 1990.

Les catastrophes naturelles occupent un rôle de plus en plus central dans l'assurance dommages. La concentration et l'augmentation des sommes assurées augmentent les risques des assureurs, qui afin de limiter leurs pertes probables, font appel à des réassureurs. Face au risque de catastrophes naturelles, il est nécessaire de déterminer le comportement des compagnies de réassurance en matière de couvertures proposées aux assureurs.

Tous les marchés ne réagissent pas de la même manière à la survenance d'une catastrophe naturelle et, de plus, toutes les catastrophes naturelles n'ont pas le même impact sur le coût de la réassurance. Nous avons observé au cours des dernières années, une baisse de l'impact d'une catastrophe naturelle sur le coût des traités de réassurance.

Ce mémoire a pour objectif de présenter une méthode d'indexation des pertes connues par les compagnies de réassurance afin d'être en mesure de challenger les sorties renvoyées par des modèles Cat. De plus, ce mémoire cherche à quantifier l'impact d'une catastrophe naturelle sur la politique tarifaire des compagnies de réassurance.

La première partie rappelle les principaux concepts propres au secteur de la réassurance, et en particulier de la réassurance des catastrophes naturelles. La deuxième partie présente la méthodologie utilisée pour la création d'une base de données. Dans la troisième partie, nous allons étudier comment indexer les pertes présentes dans notre base de données. Dans la quatrième partie, nous introduirons la notion de modélisation des catastrophes naturelles et nous présenterons l'importance du backtesting. Enfin, dans une dernière partie, nous travaillerons sur les Rate On Line afin de mesurer l'impact d'une catastrophe naturelle sur les conditions tarifaires appliquées par les réassureurs.

PARTIE 1 : MECANISMES DE REASSURANCE

« La réassurance est une opération par laquelle une société d'assurance, ou cédante, s'assure elle-même auprès d'une autre société dénommée réassureur, ou cessionnaire, pour tout ou partie des risques qu'elle a pris en charge.»

La principale différence entre l'assurance et la réassurance réside dans une diversité plus importante des activités des réassureurs ainsi que dans le caractère international de ces dernières. Pour les compagnies d'assurances, appelées cédantes dans la suite, recourir à la réassurance leur permet de réduire leurs engagements sur des risques individuels ainsi que d'obtenir une protection contre des pertes multiples ou importantes. Par le biais de la réassurance, une cédante pourra augmenter sa capacité de souscription et ainsi souscrire des polices portant sur des risques plus importants sans avoir à augmenter ses fonds propres.

Le réassureur joue aussi un rôle de conseil auprès des cédantes, notamment en les aidant à définir leurs besoins en réassurance et à construire le plan de réassurance le plus adapté, afin de mieux planifier leur niveau de capital et leur marge de solvabilité. Les réassureurs peuvent aussi fournir aux assureurs une gamme très variée d'assistance, notamment en matière de formation technique, d'organisation, de comptabilité ou d'informatique ou encore leur apporter leurs compétences dans certains domaines très spécialisés tels que l'analyse et la tarification de risques complexes.

Comme pour les activités d'assurance directe, la protection apportée par la réassurance a pour contrepartie le paiement d'une prime (la prime de réassurance) par l'assureur à son ou ses réassureur(s). Ces derniers, poursuivant tout comme l'assureur des objectifs de rentabilité et de stabilité de résultats, mutualisent leurs risques à une échelle géographique supérieure à celle de l'assureur direct.

1.1 Origine de la réassurance et présentation du marché

Les principes de transfert du risque et de mutualisation sont apparus avec l'essor du commerce maritime, de l'antiquité jusqu'à la renaissance. C'est en 1370 que fût signé le premier contrat de réassurance lorsque deux assureurs vénitiens, qui couvraient la marchandise d'un navire allant de Gênes aux Pays Bas, décidèrent de céder le risque à un troisième assureur à partir du détroit de Gibraltar jusqu'au passage du golfe de Gascogne, ce dernier joua le rôle de réassureur sur la partie la plus risquée du trajet.

La première organisation moderne d'assurance : « Hand-in-Hand Fire Office » fût créée en 1696 à Londres, à la suite du grand incendie de 1666 et dès le début du 18^{ème} siècle les sociétés d'assurance se développèrent dans tous les pays occidentaux, notamment en Allemagne, au Royaume-Uni et en France.

La réassurance moderne a, quant à elle, vu le jour en Allemagne au moment de la révolution industrielle à la suite du grand incendie d'Hambourg de 1842. Cologne Re (Kölnische Rückversicherungs-Gesellschaft) fut la première société de réassurance, fondée en 1846, avec comme principal objectif la protection des usines et complexes industriels nécessitant la souscription de police d'assurance importante.

Depuis, de nombreuses sociétés de réassurance apparurent, couvrant une grande partie des branches sur tous les marchés d'assurance du monde bien que l'offre et la demande de réassurance restent majoritairement concentrées dans les pays développés (Allemagne, Suisse, Royaume-Uni, France, Etats-Unis et Japon).

La réassurance est un marché qui connaît une forte croissance depuis une vingtaine d'années. En effet au niveau mondial « le marché de la réassurance a généré un chiffre d'affaires brut d'environ 230 milliards de dollars », selon les résultats FFSA de 2012 [8], soit 3 fois plus qu'en 1990.

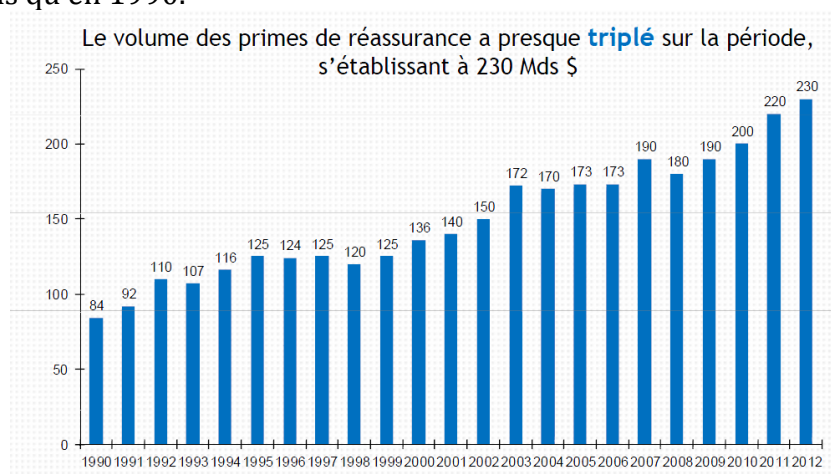


Figure 1 : Evolution du volume de prime de réassurance.

La protection de réassurance contre les phénomènes naturels se développa surtout en 1992 à la suite de l'ouragan Andrew qui toucha très violement la Floride. C'est alors qu'eut lieu l'émergence d'un important marché de réassurance aux Bermudes, en raison d'une fiscalité avantageuse, ce qui permit aux cédantes américaines de se couvrir contre les dommages catastrophes (ou *property cat* en anglais).

La plupart des contrats ont une durée d'un an avec pour date d'effet le 1^{er} janvier sur le marché Européen, 1^{er} juillet sur le marché Américain, et 1^{er} avril pour le marché Japonais.

On distingue deux formes de réassurance : la réassurance Vie et la réassurance Non-Vie, qui se découpent en trois modes, ainsi qu'en plusieurs types de contrats de réassurance (Excédent de plein, Quote-Part, Excédent de pertes, ...). Nous allons présenter ces trois modes de réassurance : la réassurance obligatoire, la réassurance facultative-obligatoire et la réassurance facultative.

1.2 La Réassurance obligatoire

C'est le mode de réassurance le plus utilisé : il repose sur une obligation réciproque. La réassurance obligatoire est réalisée par le biais de Traités (*Treaties* en anglais) qui couvrent tout le portefeuille d'une cédante dans une sous-branche, comme le portefeuille Automobile ou Incendie par exemple.

La réassurance Traité prend en charge des sommes très importantes et implique l'acceptation de tous les risques de la sous-branche de la cédante. D'une part, la cédante s'engage, par le biais d'un contrat légal, à céder tout ou partie des risques d'une catégorie donnée, pendant un temps donné et, d'autre part, le cessionnaire est tenu d'accepter les cessions proposées.

On distingue deux types de traités de réassurance obligatoire :

- Les traités proportionnels
- Les traités non proportionnels.

A) Les traités proportionnels

Pour les traités proportionnels, la participation du réassureur aux sinistres pris en charge par l'assureur correspond à la même proportion que celle des primes qu'il perçoit. Les traités proportionnels sont principalement en quote-part (*quota-share* en anglais) ou en excédent de plein (*surplus* en anglais).

1- Les traités quote-part

C'est la forme la plus simple de réassurance : le réassureur prend en charge une proportion des sinistres de la cédante et reçoit la même proportion des primes.

Mathématiquement, en désignant par n le nombre de contrats (*i.e. de polices*) et par τ la part cédée par l'assureur, on a :

	Risque total	Risque conservé	Risque cédé
Primes	$P = \sum_{i=1}^n P_i$	$(1 - \tau) \times \sum_{i=1}^n P_i$	$\tau \times \sum_{i=1}^n P_i$
Sinistres	$S = \sum_{i=1}^n S_i$	$(1 - \tau) \times \sum_{i=1}^n S_i$	$\tau \times \sum_{i=1}^n S_i$

Tableau 1 : Fonctionnement d'un quote-part

Illustration dans le cas d'un quote-part de 50 % :

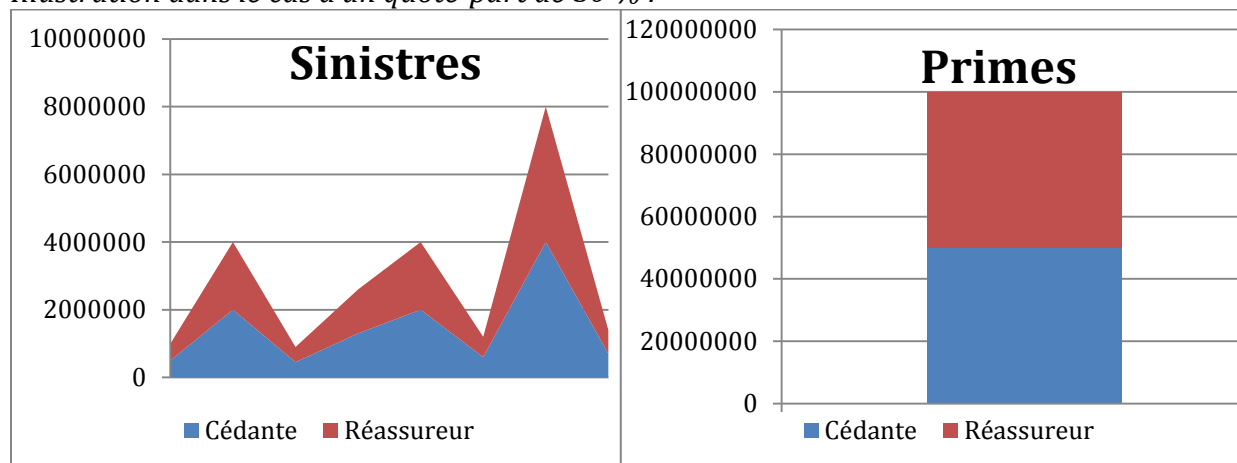


Figure 2 : Illustration d'un quote-part à 50 %

2- Les traités en excédent de plein

Lors d'un quote-part, un ratio de partage est défini pour toutes les polices ainsi les petits risques sont aussi partagés. Si l'assureur désire conserver à sa charge les risques de faibles montants, il convient d'utiliser un autre type de réassurance : l'excédent de plein.

Les primes et les sinistres sont partagés selon un taux de cession calculé police par police, sur la base de la somme assurée qu'on notera SI.

On définit d'abord le plein de rétention (ou *line* en anglais) qu'on notera R : le réassureur n'interviendra que sur les polices dépassant un certain montant de garantie.

Ensuite, on calcule le taux de cession donné par $\tau = \frac{SI-R}{SI}$.

Mathématiquement, en désignant par n le nombre de contrats (*i.e. de police*) et par τ_i la part cédée par l'assureur pour la police i , on a :

	Risque total	Risque conservé	Risque cédé
Primes	$P = \sum_{i=1}^n P_i$	$\sum_{i=1}^n (1 - \tau_i) \times P_i$	$\sum_{i=1}^n \tau_i \times P_i$
Sinistres	$S = \sum_{i=1}^n S_i$	$\sum_{i=1}^n (1 - \tau_i) \times S_i$	$\sum_{i=1}^n \tau_i \times S_i$

Tableau 2 : Fonctionnement d'un excédent de plein

Illustration d'un le cas d'un excédent de plein avec $R=30$

On retrouve en ordonnée les différentes sommes assurées (SI)

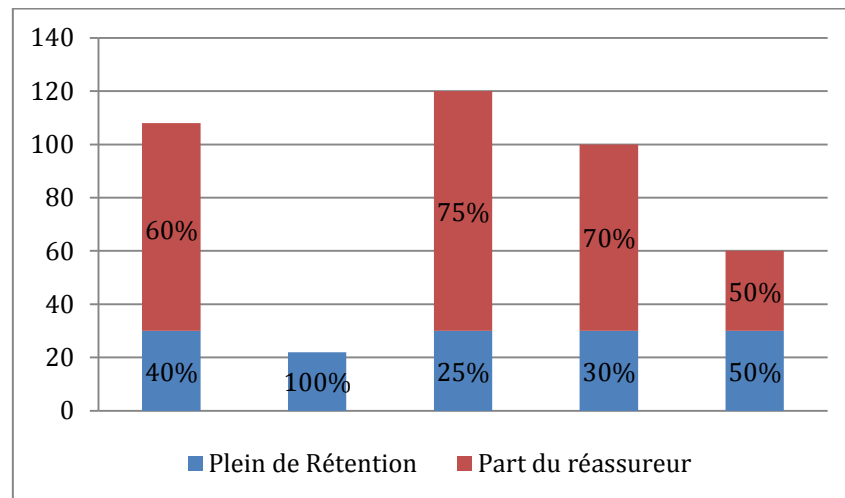


Figure 3 : Illustration d'un excédent de plein

Dans le cas où la somme assurée vaut $SI=120$ alors le taux de cession est donné par $\tau = \frac{120-30}{120} = 75 \%$.

L'assureur cède au réassureur 75 % de la prime et en échange, le réassureur prend à sa charge 75 % des sinistres de l'assureur.

Au cours du temps, on a assisté au développement de traité plus complexes : les traités non proportionnels.

B) Les traités non proportionnels

Les traités non proportionnels sont définis par : la priorité qu'on appelle aussi déductible, franchise ou rétention et la portée, appelée aussi capacité.

- La priorité correspond à une franchise, c'est la valeur minimale du sinistre à partir de laquelle le réassureur interviendra.
- La portée correspond à la somme maximale prise en charge par le réassureur.

Le réassureur prend à sa charge la partie du sinistre qui excède la priorité dans la limite de la portée. Le sort de la cédante et celui du réassureur sont beaucoup moins liés puisqu'au cours d'une année d'exercice, la cédante peut être en perte, mais pas nécessairement le réassureur, et vice versa. Les traités non proportionnels sont principalement en excédent de sinistre (*excess of loss* en anglais) ou en excédent de perte (*stop loss* en anglais).

1- Traité en excédant de sinistre ou XS

Ce traité protège la cédante en cas de survenance d'un sinistre dont le coût dépasse la priorité. La somme à régler par sinistre ne pourra cependant pas dépasser la portée du traité, qui est un montant fixé d'avance.

La notation la plus couramment utilisée pour ce type de traité est :
« Portée » XS « Priorité »

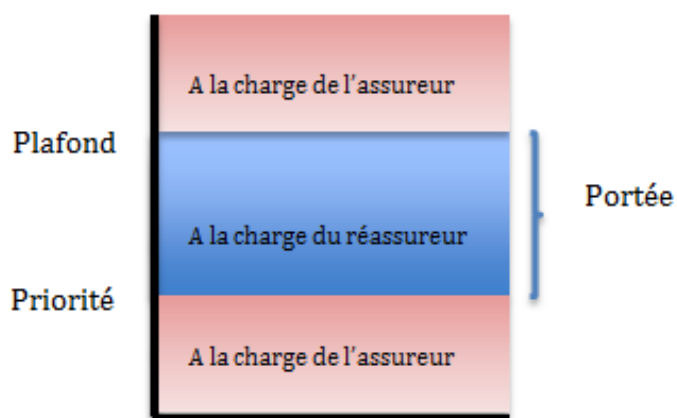


Figure 4 : Fonctionnement d'un excédent de sinistre

Avec Plafond = Priorité + Portée

Le contrat peut être établi par risque ou par événement :

- dans le premier cas, le réassureur s'engage à payer chaque fois qu'un sinistre supérieur à la priorité survient, pour une police donnée.
- dans le second cas, il intervient à chaque survenance d'évènement (ex. climatique) éventuellement sur plusieurs polices.

Formellement, en désignant par n le nombre de contrats (*i.e. de polices*) et τ : le taux de prime de réassurance, on a :

	Risque total	Risque conservé	Risque cédé
Primes	$P = \sum_{i=1}^n P_i$	$(1 - \tau) \times \sum_{i=1}^n P_i$	$\tau \times \sum_{i=1}^n P_i$
Sinistres	$S = \sum_{i=1}^n S_i$	$\sum_{i=1}^n \bar{S}_i$	$\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S}_i)$

Tableau 3 : Fonctionnement d'un XS

Avec

$$(S_i - \bar{S}_i) = \sum_{j=1}^{N_i} \min[(C_{ij} - d_i)^+, l_i]$$

N_i est le nombre de sinistres

C_{ij} est le coût réel du sinistre j de la police i

d_i est la priorité de la police i

l_i est la portée de la police i

Illustration dans le cas d'un « 500 000 € XS 2 500 000 € »

Le réassureur prend à sa charge la partie du sinistre excédant 2,5 millions dans la limite d'une prise en charge maximale de 0,5 million.

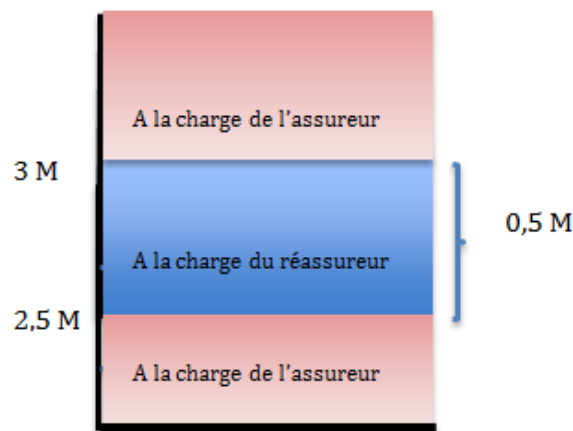


Figure 5 : Illustration d'un excédent de sinistre

2- Traité en excédent de perte

L'excédent de perte (ou *Stop Loss* en anglais) intervient lorsque la cédante cherche à se prémunir contre les mauvais résultats non plus en s'attaquant aux montants des sinistres mais en s'attaquant aux résultats eux-mêmes.

Ici l'événement est constitué par l'ensemble des polices sinistrées pendant la période de référence du traité. Le réassureur s'engage à protéger, à concurrence d'un montant maximum, le montant dépassant le seuil financier au-delà duquel l'assureur est obligatoirement en perte.

Généralement les limites de ce type de traité ne sont pas exprimées sous la forme d'un montant mais en fonction d'un ratio sinistre sur total des primes perçues par la cédante, ce ratio est appelé Loss Ratio :

$$\text{Loss Ratio} = \frac{\text{Coûts des Sinistres}}{\text{Total des Primes Recues}}$$

Illustration dans le cas d'un « 20 % SL 110 % »

Le réassureur prend à sa charge 20 % des pertes de l'assureur excédant 110 % de pertes.

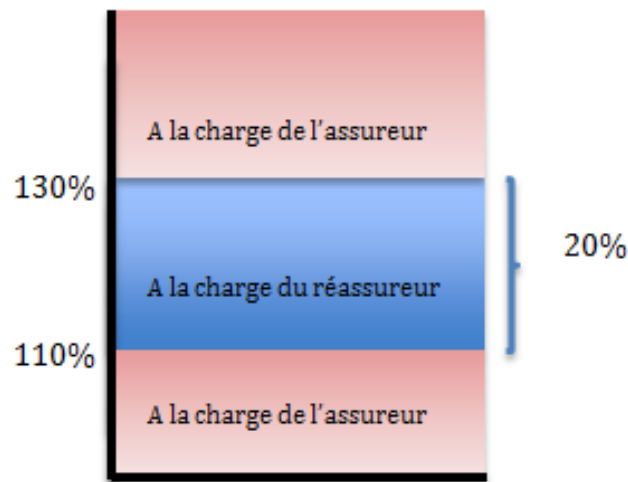


Figure 6 : Illustration d'un Stop Loss

3- Clauses particulières

Dans les traités non proportionnels, il existe un nombre important d'options qu'on peut ajouter au contrat, appelées « Clauses ».

Nous présenterons ici les 3 principales clauses de réassurance.

i) Reconstitutions

La portée d'un XS est une garantie annuelle, cela signifie que, par exemple, si un sinistre traverse complètement le traité, la cédante ne sera plus couverte pour les sinistres postérieurs.

Pour remédier à cela, il existe des clauses de reconstitutions (ou *reinstatements* en anglais). Ces clauses permettent de reconstituer automatiquement la garantie du traité un certain nombre de fois, et cela gratuitement ou en échange d'une prime supplémentaire dite prime de reconstitution.

ii) Annual Aggregate Limit (ALL)

L'*Annual Aggregate Limit* est une clause qui institue une limite annuelle à la charge du réassureur. Cette clause permet au réassureur de limiter ses pertes.

Si on note S la charge annuelle d'un traité XS (à reconstitutions illimitées) alors la charge annuelle du réassureur après AAL sera : $\min(AAL ; S)$.

iii) Annual Aggregate Deductible (AAD)

L'*Annual Aggregate Deductible* institue, elle, un seuil de montant de perte du traité à partir duquel le réassureur interviendra.

Si on note S la charge annuelle d'un traité XS (à reconstitutions illimitées) alors la charge annuelle du réassureur après AAD s'écrira : $\max(S - AAD ; 0)$.

1.3 La réassurance facultative-obligatoire

La réassurance facultative-obligatoire (*Open-cover* en anglais), souvent notée Facob, est une forme de réassurance plus rare, elle est facultative pour la cédante mais obligatoire pour le réassureur. Dans la réassurance facultative-obligatoire, la cédante choisit quels sont ses risques qui seront cédés au réassureur, ce dernier doit accepter de couvrir tous ces risques mais sous réserve que l'engagement ne dépasse pas un montant maximum fixé au départ.

Le réassureur ne peut pas refuser le risque, mais peut en contrepartie espérer un volume d'affaires plus important et mieux équilibré : en effet, la cédante, sûre d'avoir une couverture immédiate, est susceptible d'augmenter le nombre (voire le montant) de ses souscriptions.

1.4 Les facultatifs

La réassurance facultative est réalisée par des facultatives (*facultatives* en anglais) qui couvre un ou plusieurs risques ou polices spécifiques de la cédante et qui sont explicitement décrits.

La réassurance en facultative ne couvre qu'un ou quelques risques choisis par les deux parties. Elle réclame donc une expertise plus importante et se rapproche de la souscription en assurance. Pour chaque affaire, l'assureur adresse au réassureur une proposition que celui-ci est libre d'accepter ou de refuser, cette proposition doit contenir un maximum d'informations sur le risque offert : situation, garanties, taux de prime, montant du capital assuré, etc.

Pour établir le contrat, les risques sont examinés au cas par cas et sont clairement identifiés au préalable. Il s'agit de grands risques pour lesquels les sommes assurées dépassent largement la capacité de souscription de la compagnie d'assurance, comme les risques industriels par exemple. Il peut aussi s'agir de risques très spécifiques (comme les risques technologiques) ou de risques rarement souscrits par la compagnie d'assurance et acceptés par le réassureur à titre commercial.

1.5 Les catastrophes naturelles aujourd'hui, un besoin de réassurance

L'autorité de contrôle prudentiel et de résolution (ACPR) définit le risque de survenance de catastrophes naturelles comme le « [...] risque d'une variation défavorable de la valeur de l'actif économique net consécutif à la survenance d'une ou plusieurs catastrophes naturelles. »

En 1992, l'ouragan Andrew, qui se développa dans le sud-est des Etats-Unis, coûta la vie à 38 personnes et engendra des coûts supérieurs à 20 milliards de dollars pour le secteur de l'assurance. Avant Andrew, le secteur de l'assurance n'avait jamais connu un événement aussi coûteux. Cette catastrophe a remis en cause l'existence de non couverture d'assurance chez les particuliers et les entreprises.

De plus, cette catastrophe a mis en difficulté financière de nombreux assureurs qui ne

furent pas en mesure d'indemniser leurs clients.

Le tremblement de terre de Kobe le 15 janvier 1995 au matin, responsable, en moins de 14 secondes, de la mort de plus de 5 500 personnes et de dégâts dont le coût s'élève à plus de 100 milliards de dollars reflète bien le caractère imprévisible de ces événements. En effet, aucun signe avant-coureur n'aurait pu prévenir cette catastrophe.

Andrew et Kobe, ainsi que d'autres catastrophes majeures telles Katrina..., illustrent l'importance cruciale pour les assureurs et les réassureurs d'une évaluation correcte du potentiel de sinistre inhérent à des catastrophes naturelles.

L'imprévisibilité des catastrophes naturelles est une condition fondamentale pour que de tels risques puissent être assurés, des approches statistiques se fondant sur un inventaire des événements antérieurs permettent de déterminer le nombre et l'ampleur des événements qui vont se produire en moyenne sur une période de temps donnée.

- Aperçu de l'année 2012 :

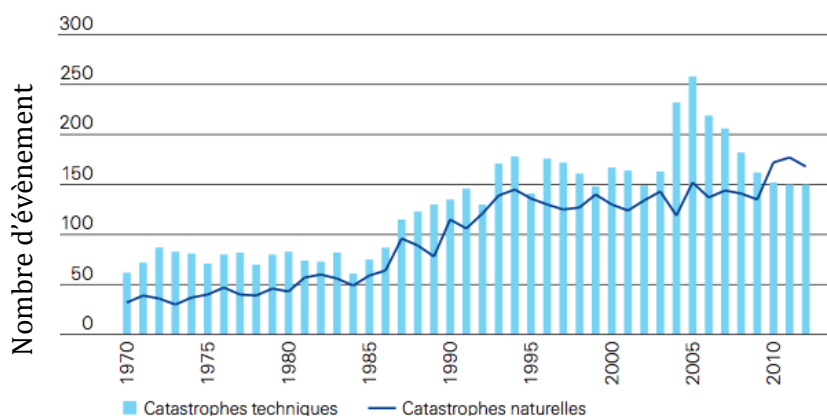
En 2012, les catastrophes naturelles et techniques ont coûté la vie à presque 14 000 personnes et occasionné des dommages économiques de près de 186 milliards de dollars. La facture pour les assureurs s'élève à plus de 77 milliards de dollars dont 71 milliards dus à des catastrophes naturelles, faisant de 2012 la troisième année la plus coûteuse depuis 1970, après 2011 et 2005, selon le rapport Sigma 2012 publié par le réassureur Swiss RE [20].

Globalement, l'Amérique du nord a été la région la plus touchée, avec des pertes économiques de 118 milliards de dollars. Les Etats-Unis ont connu deux catastrophes majeures au cours de l'année 2012 : une des sécheresses les plus sévères de ces dernières décennies affectant la région agricole la plus productive du pays et l'ouragan Sandy qui balaya la côte nord-est des Etats-Unis à la fin de la saison cyclonique dans l'Atlantique nord.

En Europe, le nord de l'Italie a connu une série de secousses sismiques qui ont occasionné d'importants dommages matériels et perturbé l'activité industrielle dans le centre manufacturier du pays, avec des pertes estimées à plus de 16 milliards de dollars. Pour le pays, c'est la pire catastrophe naturelle en termes d'impact économique depuis que des enregistrements statistiques des pertes économiques existent.

Bien que les dommages assurés dus aux catastrophes soient nettement inférieurs au niveau record de 2011, ils demeurent supérieurs à la moyenne de ces dernières années.

Le graphique ci-dessous, issu du rapport Sigma 2012, illustre le nombre de catastrophes techniques et naturelles annuelles survenues depuis 1970.



Source : Swiss Re Economic Research & Consulting

Figure 7 : Graphique Swiss Re du nombre de catastrophes par an

Outre le nombre de catastrophes naturelles survenues, les assureurs et réassureurs s'intéressent au coût de ces événements. Pour effectuer une comparaison des dommages actuels et des dommages passés, il est nécessaire de supprimer, entre autres, les effets de l'inflation.

Le graphique ci-dessous, issu du rapport 2013 de la FFSA [8], présente l'évolution des dommages assurés imputables aux catastrophes naturelles depuis 1990, les pertes ont été corrigées de l'inflation sur la base d'une indexation sur le CPI (Consumer Price Index) Américain, et sont exprimées en USD de 2012.

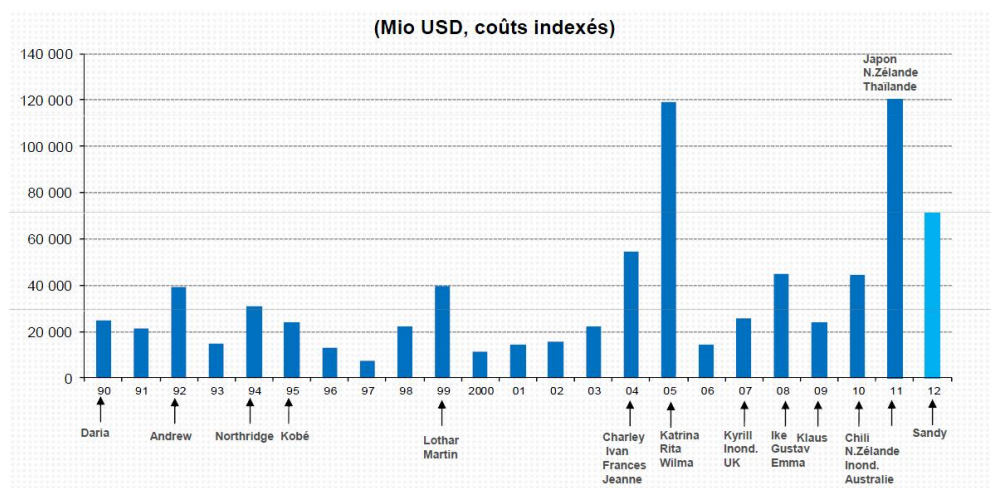


Figure 8 : Graphique FFSA du coût annuel des catastrophes

On constate que les dommages assurés dus aux catastrophes naturelles en 2012 s'élèvent à environ 71 milliards de dollars, ce qui est supérieur aux 48 milliards de dollars de dommages moyens des 10 dernières années, mesurés aux prix de 2012 mais qui reste très nettement inférieur aux dommages de 2005 et 2011.

- Aperçu de l'année 2013 :

Durant la première moitié de l'année 2013, les pertes économiques et assurées étaient inférieures d'environ 20 % à la moyenne des dix dernières années.

Le printemps 2013 a été marqué par d'importantes inondations en Europe, Asie, Canada et Australie. Les pertes liées aux inondations représentent plus de 40 % des pertes économiques et assurées de cette première moitié d'année.

Les inondations qui eurent lieu en mai et juin en Europe centrale représentent à elles seules un quart des pertes économiques, avec un coût de plus de 22 milliards de dollars (soit 17 milliards d'euros), et plus de 5,3 milliards de dollars (soit 4 milliards d'euros) des pertes assurées.

Ces inondations sont les pires que l'Europe ait connues depuis celles de l'Elbe en 2002.



Figure 9 : Inondations en Allemagne, juin 2013

En France, la facture des intempéries du printemps pourrait dépasser le demi-milliard d'euros, selon les estimations de la FNSEA (Fédération Nationale des Syndicats d'Exploitants Agricoles), avec un coût de 300-350 M d'euros pour les inondations et de 150-200 M pour l'épisode de grêle.

Ces intempéries risquent de provoquer une hausse des primes des assurances habitation dès septembre, selon Christian Baudon, directeur général des assurances du groupe COVEA (MMA, MAAF et GMF) qui a déclaré en juillet dernier :

« avant nous avions un épisode grave tous les 5 ou 10 ans, maintenant ça revient tous les ans [...] Il faut que ça soit répercuté sur la prime d'assurance habitation. On va être obligé d'augmenter nos tarifs. »

L'année 2013 a aussi été marquée par les inondations de juillet au Canada, dont les premières estimations prévoient un coût de plus de 850 millions de dollars pour les assureurs. Ces inondations représentent le péril naturel le plus coûteux qu'ait connu l'Ontario (source : Insurance Bureau of Canada), devant la tempête de vent et de grêle de 2005, ayant coûté 671 millions de dollars et devant la tempête de 2009 dont le coût avoisinait les 230 millions de dollars.

L'Asie a été fortement impactée en août par le typhon Utor, qui toucha la province de Guangdong au sud-est de la Chine le mercredi 14 août au matin. Selon la société de modélisation EQECAT, ce typhon, malgré son ampleur, ne représentera un coût que de 200 millions de dollars pour les assureurs, en raison de la faible pénétration d'assurance dans ces régions. En effet, seules 15 % des habitations chinoises bénéficient d'une couverture d'assurance contre ce genre d'événement.

Nous voyons ici l'importance du besoin de protection contre les catastrophes naturelles, qui nécessite une vision historique de celles-ci afin de pouvoir estimer le coût de ces événements s'ils se reproduisaient aujourd'hui et afin d'obtenir une vision provisionnelle des coûts futurs. Cependant, une indexation des pertes assurées basée uniquement sur l'inflation ne suffit pas à refléter l'évolution de la population et de sa richesse, ni l'évolution de la pénétration d'assurance... C'est pourquoi le sujet de ce mémoire est de déterminer une méthode optimale d'indexation des pertes et des primes.

1.6 SCOR et les catastrophes naturelles

Mon stage s'est déroulé au sein de la société de réassurance SCOR (Société Commerciale de Réassurance), dans le département SCOR Global P&C.

A) Présentation de l'entreprise

Bien que le marché de la réassurance soit tenu par une trentaine de réassureurs professionnels, les cinq premiers d'entre eux représentent environ 50 % du marché. La société SCOR se place au cinquième rang mondial et prend la place numéro 1 du marché Français. Créée en 1970 à l'initiative des pouvoirs publics français, le groupe était une société privée, détenue en majorité par des actionnaires publics (48,1 % des parts appartenant à la Caisse Centrale de Réassurance). L'objectif de cette opération était de constituer une société française de réassurance, de stature internationale, capable de concurrencer les acteurs existants. Aujourd'hui, la SCOR emploie 2 150 personnes, réparties dans 31 pays et réalise un chiffre d'affaires de 9,514 milliards d'euros (source SCOR [19]).

La SCOR s'organise autour de six pôles opérationnels à Paris, Londres, Zurich et Cologne pour l'Europe, à Singapour pour la région Asie-Pacifique et à New York pour les Amériques. Cette structure est en parfaite harmonie avec le caractère décentralisé et multinational des réassurances. Le groupe SCOR SE est la première société française cotée en bourse à avoir choisi le statut de Société Européenne, ce qui lui permet d'utiliser le sigle SE sur les marchés financiers.

Le groupe s'organise autour de deux activités commerciales, SCOR Global P&C (réassurance Dommages) et SCOR Global Life (réassurance Vie), et d'une activité de gestion d'actifs, SCOR Global Investments.

La branche SCOR Global P&C ventile ses activités autour de deux segments : traités et business solutions & spécialités. Elle souscrit des traités de réassurance couvrant des dommages aux biens (habitations, biens industriels ou commerciaux, ou pertes d'exploitation causées par des catastrophes naturelles). Plus de 700 spécialistes

travaillent dans les 52 bureaux de cette branche, qui couvre environ 160 pays dans le monde et représente un peu plus de la moitié du portefeuille de l'entreprise.

L'organigramme ci-dessous présente la structure de la branche SCOR Global P&C.

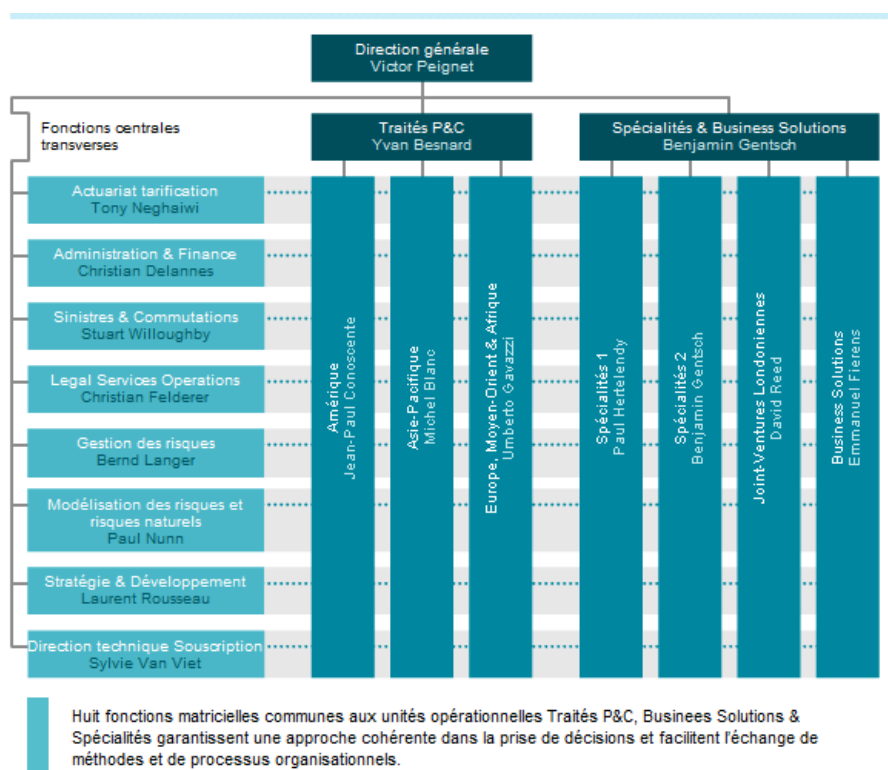


Figure 10 : Organigramme SCOR Global P&C

Le département que j'ai rejoint : « Modélisation des risques et risques naturels » est l'un des huit départements transversaux de SCOR Global P&C. Ce département réalise des analyses de risques de catastrophes naturelles cohérentes à l'échelle mondiale et apporte une aide en matière de tarification au moyen de plateformes et de systèmes de modélisation extrêmement performants. Par ailleurs, cette entité fournit à SCOR Global P&C des données fiables et pertinentes lui permettant de gérer efficacement ses expositions aux risques et ses cumuls.

B) Exposition de SCOR face aux catastrophes naturelles

Le groupe SCOR est exposé au risque de survenance de catastrophes naturelles du fait de l'acceptation des risques par des traités proportionnels, non proportionnels ou des couvertures facultatives dans différentes régions du monde.

Notre étude portera majoritairement sur l'étude des pertes et des primes dans le cas des tempêtes européennes, puisque ces dernières représentent la part la plus importante du portefeuille CAT souscrit par SCOR à Paris.

En effet, SCOR estime que les cinq principales combinaisons aléas naturels - zones géographiques auxquelles elle est exposée sont les suivantes :

- les tempêtes dans l'ouest de l'Europe (représentant 17 % des pertes moyennes liées aux catastrophes naturelles) ;
- les ouragans en Amérique du Nord (13 %) ;
- les tremblements de terre en Amérique du Nord (4 %) ;
- les tremblements de terre au Japon (7 %) ;
- les ouragans au Japon (4 %).

(Données fin 2011)

A eux seuls, ces cinq aléas naturels représentent 45 % de la perte moyenne estimée par SCOR. A Paris, la plus grosse partie du portefeuille, en termes de primes, se concentre sur la zone appelée « Europe vents ». Il s'agit des régions d'Europe les plus souvent impactées par les tempêtes.

La carte suivante, issue des rapports Swiss Re, montre les potentiels dommages les plus importants, par type d'événement, dans le monde pour le secteur de l'assurance ayant des périodes de récurrence comprises entre 100 et 500 ans. On constate que les tempêtes européennes représentent effectivement un coût très important.

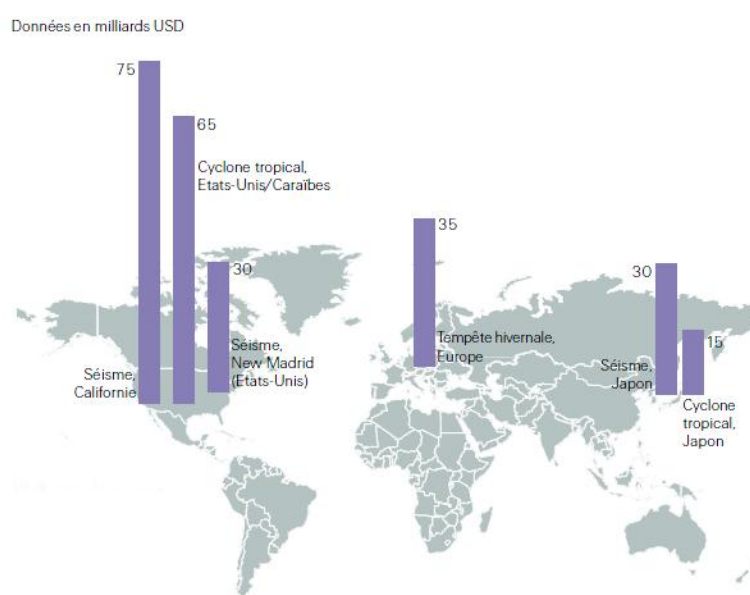


Figure 11 : Estimations Swiss Re des coûts des catastrophes

C) Focus sur l'Europe des vents (Euro Wind)

Depuis 1980, les catastrophes naturelles ont causé 450 milliards d'euros de pertes économiques en Europe. Ces pertes sont principalement imputables à la survenance de tempêtes.

Définition d'une tempête : « Violente tourmente atmosphérique sur terre ou sur mer » (cf. : Larousse)

On parle de tempête lorsque la vitesse de vent dépasse 89 km/h, ce qui correspond au degré 10 de l'échelle de Beaufort (échelle de mesure de la vitesse moyenne du vent).

L'expérience des cinquante dernières années montre qu'en Europe, les grosses tempêtes à l'origine d'une forte sinistralité ont un rythme décennal.

En décembre 1999, 3 tempêtes se sont abattues sur l'Europe :

- Le 3 décembre, la tempête « Anatol » frappa majoritairement le Danemark avec des rafales atteignant 175km/h
- Le 26 décembre, la tempête « Lothar » traversa le Nord de la France, le Sud de l'Allemagne, et la Suisse et engendra des rafales atteignant 180 km/h
- Le 27 décembre, plus au Sud, « Martin » impacta le centre et le midi de la France, le Nord de l'Espagne, la Corse, et l'Italie, atteignant des pointes à 160 km/h à Vichy.

Ces tempêtes ont causé un nombre de dommages inégalé depuis la série d'événements de 1990 (avec les tempêtes « Daria », « Herta », « Vivian » et « Wiebke »).

Concernant Lothar et Martin, le bilan humain fut de 80 morts, sans compter les décès survenus au cours des travaux de déblaiement. En région parisienne, environ 60 % des toits ont été endommagés ; les forêts ont été fortement impactées et le réseau électrique sévèrement touché (environ 200 pylônes électriques détruits). Le bilan économique de ces deux tempêtes s'est élevé à 18 milliards de dollars, dont 8,2 milliards de dollars étaient assurés et 5,4 couverts par la réassurance.

En 2010, la tempête hivernale Xynthia a traversé la France, l'Allemagne et la Belgique avec des rafales de vent allant jusqu'à 160km/h. Le bilan humain de Xynthia fut de 64 victimes et les pertes assurées ont atteint 2,7 milliards de dollars.

Comme le montre l'exemple des tempêtes « Lothar » et « Martin » en 1999 et « Xynthia » en 2010, l'évaluation du risque « vent » est encore « trop optimiste » (d'après Michel Liès, Group Chief Executive Officer chez Swiss Re).

A l'heure actuelle, les primes tempêtes ne permettent pas de couvrir les sinistres susceptibles de se produire sur le long terme et les réassureurs ne peuvent réaliser la marge dont ils ont besoin pour rémunérer les capacités qu'ils offrent. On constate ainsi que la connaissance du risque tempête est un des enjeux majeurs de la réassurance, qui passe par une meilleure compréhension des modèles sur ce péril.

PARTIE 2 : ANALYSE DES DONNEES ET VERIFICATION DE LA COHERENCE

Dans cette partie, nous présenterons la méthode utilisée pour créer une base de données recensant les pertes historiques connues par SCOR ainsi que par le marché de l'assurance, dues aux catastrophes naturelles.

Dans un second temps, nous vérifierons, à l'aide d'informations macro-économiques, la robustesse de nos résultats.

2.1 Description du fichier de données

Pour notre étude, nous avons utilisé 3 sources de données différentes :

- Une base de données contenant des informations sur les catastrophes naturelles à l'échelle mondiale,
- Une base de données contenant des informations sur les pertes SCOR depuis 1975,
- Une base de données contenant des informations sur le portefeuille souscrit par SCOR depuis 1975.

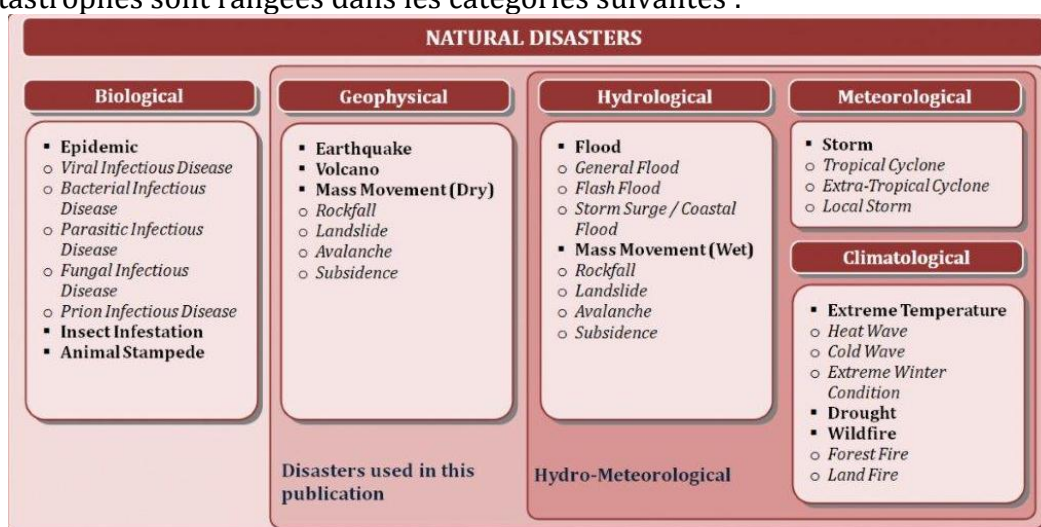
A) Evènements mondiaux

Lors de ce stage, j'ai utilisé la base de données, en accès libre, des catastrophes naturelles du *Center for Research on the Epidemiology of Disasters* (CRED) [6].

Le CRED reconnaît un évènement comme une catastrophe si l'un des critères suivant, au moins, est validé :

- Plus de 10 morts,
- Plus de 100 personnes nécessitant une assistance immédiate,
- Déclaration de l'état d'urgence,
- Appel pour une aide mondiale.

Les catastrophes sont rangées dans les catégories suivantes :



Copyright (c) Centre for Research on the Epidemiology of Disasters - MunichRe

Table 1 : Classification CRED des catastrophes

Les données du CRED ont été complétées avec les données « Pertes Assurées » fournies par le réassureur Swiss Re chaque année dans les rapports Sigma [20].

Swiss RE reconnaît un évènement comme une catastrophe si l'un des critères suivant, au moins, est validé :

- Plus de 20 morts,
- Plus de 50 blessés,
- Plus de 2000 sans-abris,
- Plus de 14 millions de dollars de pertes assurées pour l'assurance maritime,
- Plus de 28 millions de dollars de pertes assurées pour l'assurance aviation,
- Plus de 35 millions de dollars de pertes assurées pour les autres secteurs,
- Plus de 70 millions de dollars de pertes totales.

Les « pertes totales » représentent les dommages économiques directement imputables à un sinistre majeur, c'est-à-dire les dommages sur des bâtiments, des infrastructures, des véhicules ... ainsi que les dommages résultant d'une interruption d'exploitation dans le cas des entreprises directement touchées par les préjudices matériels.

Le terme « dommages assurés » désigne tous les dommages assurés, à l'exclusion des dommages de responsabilité civile et des dommages de l'assurance vie.

Dans les rapports Sigma, les catastrophes naturelles sont classées selon différentes catégories :

- Inondations,
- Tempêtes,
- Séismes,
- Sécheresse/feux de brousse/canicule,
- Froid/gel, grêle, tsunamis, autres catastrophes naturelles.

Concernant les pertes assurées aux Etats-Unis, Puerto Rico et Iles vierges américaines, nous nous sommes basés sur des estimations fournies par le Property Claims Service (PCS) [21]. PCS définit un évènement comme une catastrophe dès lors que les pertes assurées dépassent 25 millions de dollars.

B) Evènements SCOR

Les sinistres SCOR sont répertoriés en 3 types :

- Les évènements individuels
- Les évènements filiales
- Les évènements groupes

Lorsqu'un traité est touché par un évènement, la filiale répertorie les informations concernant la perte sous la forme d'un « évènement individuel ». Si une filiale constate que plusieurs évènements individuels sont relatifs à un même évènement alors elle crée un « évènement filiale ». Les évènements filiales permettent de regrouper les pertes d'une filiale liées à un même évènement entre elles. Depuis 1999, suite aux pertes dues à Lothar et Martin, la même démarche a été instaurée au niveau groupe avec la création d'« évènements groupes ».

Pour mon travail, on m'a fourni le fichier « Evènement filiale » de SCOR contenant les 160 000 évènements individuels ayant généré un événement filiale depuis 1975. En raison des diverses fusions, acquisitions... de SCOR ce fichier a nécessité un retraitement important pour y corriger d'éventuels doublons ou oublis.

C) Traités SCOR

Depuis 1997, SCOR utilise un logiciel de saisie de données commun à toutes ses filiales appelé Omega. L'utilisation de ce logiciel de saisie commun nous permet d'avoir une confiance raisonnable dans les données depuis 1997, ce qui nous donne un historique fiable de 15 ans.

Il nous faudra toutefois apporter une attention particulière aux années 2001 et 2007 qui correspondent aux années d'acquisitions des compagnies Sorema et de Converium par SCOR, qui ont fortement contribué à l'accroissement du portefeuille.

Nous avons dû comprendre la manière dont les données concernant les traités et les pertes de ces deux entités ont été incorporées dans Omega afin d'éviter un double comptage des primes et/ou des pertes.

De plus, certaines filiales ont dû être retirées puisque leurs données n'avaient pas été correctement répertoriées lors de la création d'Omega. Ce travail a dû être réalisé au cas par cas. Il nous a fallu nous renseigner auprès des départements de Souscriptions et de l'Administration et Financier (DAF), que nous remercions encore une fois pour leur aide, afin d'avoir une vue d'ensemble sur le portefeuille SCOR.

En revanche, pour les données précédant 1997, nous risquons de nous confronter à des erreurs humaines : données non saisies systématiquement, transfert de portefeuille non référencé... C'est pourquoi, pour remonter sur un historique antérieur à 1997, nous nous focaliserons sur une zone d'étude relativement fiable : Euro Wind, puisqu'elle représente l'une des activités principales de SCOR et que nos connaissances de l'évolution de la réassurance dans la zone Euro nous permettent de vérifier la cohérence des résultats.

Pour suivre l'évolution du portefeuille SCOR dans le temps, nous avons eu besoin des informations suivantes : Prime de réassurance, Subject Premium, Type de contrat, Caractéristique du contrat, LoB....

2.2 Traitement des données et création d'une liaison entre elles

J'ai commencé par récupérer la base de sinistre en libre accès sur le site du CRED ainsi que les rapports annuels Sigma publiés par Swiss Re et ceux publiés par PCS pour les pertes US afin de créer une base de données des catastrophes naturelles répertoriées depuis 1975. Pour chaque événement, la base de données contient des informations concernant la localisation de l'évènement, son type, le nombre de personnes tuées, le nombre de personnes touchées, le coût total ainsi que le coût assuré.

Disposant aussi de la base de données des sinistres ayant affecté SCOR depuis 1975, j'ai élaboré la création d'un Event ID, unique par catastrophe naturelle, permettant de faire la liaison entre ces 2 bases de données.

Nomenclature utilisée :

L'EventID, unique par événement, se présente de la manière suivante :

YYYY-PPRR-III avec

YYYY : l'année d'occurrence du sinistre

PP : l'identifiant du péril avec

CS : Convective Storm, i.e. grêle ou tempête locale

TC : Tropical Cyclone, i.e. cyclone tropical, typhon, ouragan

EQ : EarthQuake, i.e. tremblement de terre

WS : Wind Storm, i.e. tempête

WT : Winter Storm, i.e. tempête hivernale

FL : Flood, i.e. inondation

WF : Wildfire, i.e. incendie

DR : Drought, i.e. sécheresse

OP : Other Perils, i.e. autres périls (éruption volcanique, tsunami, ...)

RR : la région impactée, selon le découpage suivant :

AF : Afrique

EA : East Asia, i.e. Asie de l'est

EU : Europe

ME : Middle East, i.e. Moyen-Orient

NA : North America, i.e. Amérique du Nord

SA : South America, i.e. Amérique du Sud

OC : Océanie

CA : Central Asia, i.e. Asie du centre

Un important nettoyage a dû être effectué pour éviter la répétition d'événements.

Une grosse partie du travail de « liaison » a été d'associer nos EventID à nos sinistres SCOR dont nous disposons d'une description variant en fonction de la filiale ayant renseigné l'événement.

Enfin, on m'a fourni la base de données des traités SCOR depuis 1975 contenant pour chaque traité le nom de la filiale, la LoB (line of Business), SCOR Premium, Subject Premium... Chaque perte SCOR est associée à un numéro traité, identifiable par un TreatyID.

Nous disposons donc de 3 sources d'informations liées entre elles par le biais d'un EventID et d'un TreatyID

Ces différentes bases contiennent des montants dont les monnaies d'origine sont différentes, c'est pourquoi nous avons extrait une table de conversion qui permet de passer d'une monnaie quelconque, une année donnée, à des dollars de la même année.

Le graphique ci-dessous présente nos 3 sources d'informations et la manière dont elles sont liées (par le biais d'un TreatyID, unique par traité, ou d'un EventID, unique par événement).



Sélection d'un sous-portefeuille :

Pour notre étude, nous nous sommes focalisés sur l'étude du portefeuille Traité, c'est-à-dire sur la réassurance obligatoire.

Le portefeuille est scindé une première fois entre les traités comprenant une couverture catastrophe naturelle (Cat) et les traités excluant les catastrophes naturelles (Non-Cat).

Puis les traités sont divisés entre les différentes branches dont les 3 principales sont :

- *Property* : qu'on pourrait traduire par l'assurance dommages aux biens hors assurance auto, regroupant par exemple les assurances incendie et habitation (MRH).
- *Casualty* : comprend tout ce qui relève de la responsabilité civile et des accidents personnels (hors auto).
- *Motor/ Health* : correspond à l'assurance auto qui inclut donc les dommages aux biens et aux personnes ainsi que la responsabilité civile.

Ces branches sont ensuite séparées entre les traités Proportionnels (P) et Non Proportionnels (NP). Notre étude s'est focalisée sur la branche « Property » qui représente le mieux la structure de notre portefeuille et nous permet d'effectuer des statistiques sur un grand nombre de données. En effet, les pertes de type catastrophes naturelles sont à plus de 75 % des pertes associables à des traités de type Property.

Le découpage en sous-portefeuille selon la branche et la nature du traité est réalisé de la manière suivante :

Sous-portefeuille	Nature du traité
Property CATXL	XL : Excédent de pertes
Property CATAggregate	Non proportionnel, hors XL
Property Per Risk	Non proportionnel, par risque
Property Proportionnel	Proportionnel

Table 2 : Découpage du portefeuille Property

2.3 Vérification à l'échelle macro-économique de la cohérence de nos données

Pour vérifier la cohérence de nos résultats, nous avons réalisé quelques comparaisons macro-économiques.

A) Vérification de nos pertes

Nous avons commencé par regarder les pertes SCOR par péril depuis 1987 et nous avons comparé nos résultats à ceux fournis par les rapports Sigma.

Dans un souci de confidentialité, le montant des pertes a été retiré, ce qui ne nuit en rien à l'étude puisque le but est d'effectuer une comparaison relative des niveaux de pertes entre les pertes connues par SCOR et les pertes marchés.

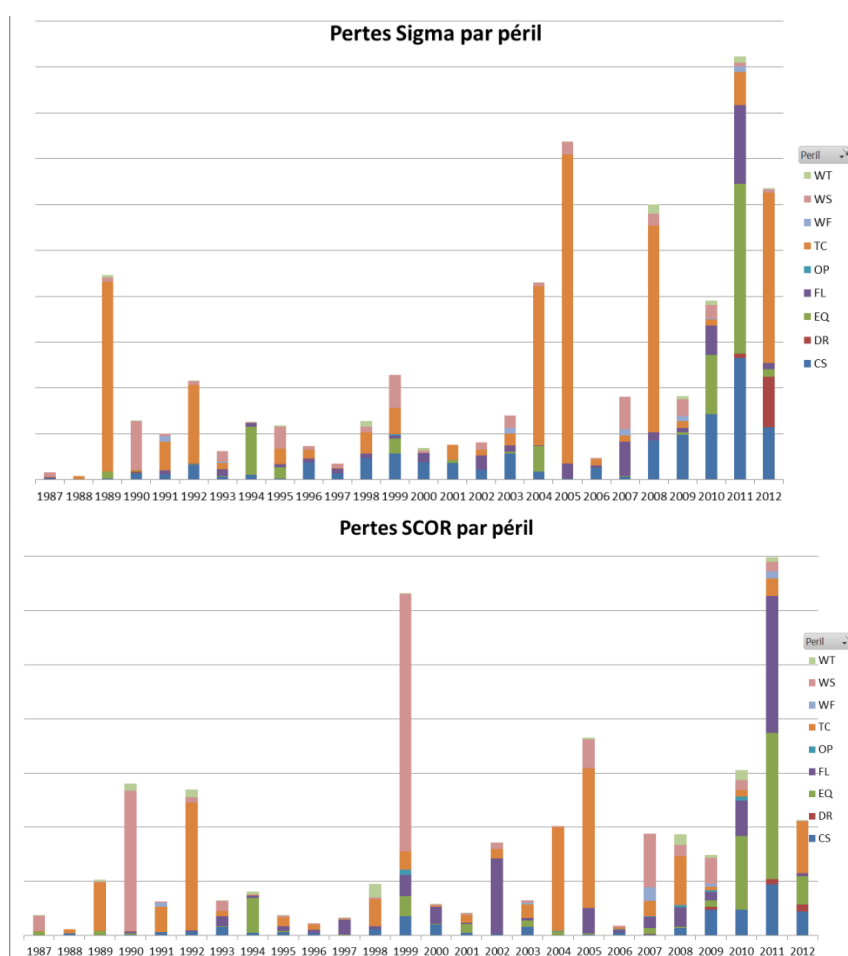


Figure 12 : Pertes assurées Sigma (haut) et SCOR (bas) par type de péril

Nous constatons une homogénéité dans la distribution des pertes. Avec, par exemple, des pertes importantes pour les tempêtes (WS) en 1990 et 1999 ou pour les ouragans (TC) en 1989, 2004 et 2005.

De plus, on retrouve bien l'importance de la sinistralité des années 2011 et 2005 au niveau du marché et de SCOR. En revanche, on constate une très forte sinistralité connue par SCOR en 1999, qui ne se retrouve pas au niveau marché, ce qui s'explique par l'importance du portefeuille français de SCOR qui a subi de très fortes pertes en raison des tempêtes Lothar et Martin.

Nous avons ensuite réalisé la même comparaison mais cette fois ci par région et la même homogénéité dans la distribution des pertes a été observée.

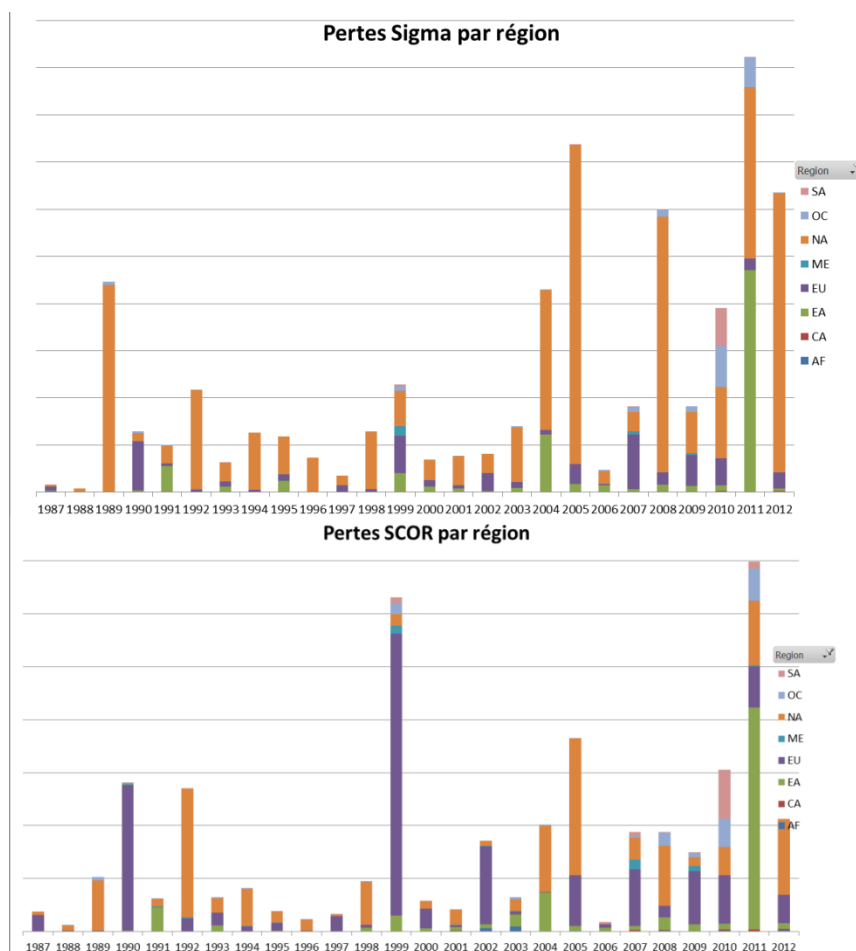


Figure 13 : Pertes assurées Sigma (haut) et SCOR (bas) par région

On retrouve bien nos tempêtes européennes de 1999, dont le poids relatif connu par SCOR est très nettement supérieur à celui connu par le marché.

B) Vérification de nos données de portefeuille

Nous avons ensuite réalisé quelques statistiques sur notre portefeuille pour en vérifier la composition auprès des équipes SCOR capables de nous apporter leur expertise sur le sujet. L'étude Aon Benfield [2] publiant l'évolution des rétentions pour le portefeuille France de 1994 à 2010, nous avons comparé nos données aux leurs pour valider la cohérence de nos informations.

Le graphique ci-dessus est fourni par Aon Benfield :

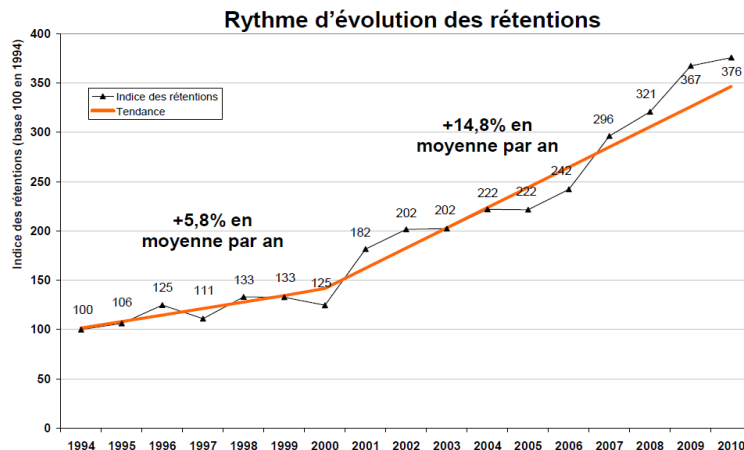


Figure 14 : Graphique Aon de l'évolution des rétentions

Puis nous avons réalisé le même graphique à partir de nos données et nous avons obtenu le résultat suivant :

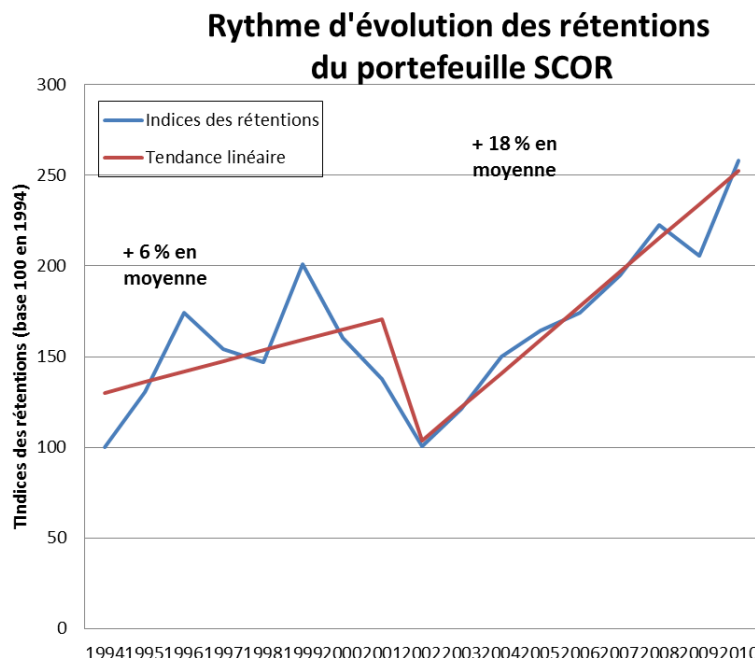


Figure 15 : Graphique SCOR de l'évolution des rétentions

La comparaison de ces deux graphiques nous permet de valider la robustesse de notre base de données.

PARTIE 3 : MODELISATION DES METHODES D'INDEXATION

Les informations que nous avons reflètent les pertes à l'époque du sinistre (pertes AS WAS), et sans effectuer d'indexation, une étude de ces pertes n'aurait pas beaucoup d'intérêt. En effet, un tremblement de terre, en Floride, il y a 50 ans, ne représenterait pas le même coût s'il se produisait aujourd'hui, en raison de divers facteurs tels que l'inflation, l'augmentation de la population, la hausse de la richesse par habitant...

Un autre aspect à prendre en compte dans l'indexation des pertes assurées est la pénétration de l'assurance et son évolution entre la date du sinistre et la date de réévaluation. Comme ces données sont rarement disponibles, il nous a fallu trouver un moyen judicieux pour les prendre en compte dans notre étude.

3.1 Présentation des méthodes existantes

De nombreuses études existent concernant l'indexation des pertes économiques, mais peu d'études ont été menées concernant l'indexation des pertes assurées. L'étude la plus complète sur le sujet est celle de Fabian Barthel and Eric Neumaye : « *A trend analysis of normalized insured damage from natural disasters* » Novembre 2010 [4].

Nous commencerons par présenter les différentes méthodes d'indexations des pertes globales puis nous présenterons la méthode de Barthel et Neumaye sur l'indexation des pertes assurées.

A) Méthodes d'indexations des pertes globales

La population mondiale a augmenté de plus de 50 % depuis 1980, passant de 4,4 milliards à plus de 7 milliards en 2013 (chiffres : United Nations). De plus, le produit intérieur brut (noté PIB dans la suite), la richesse de la population et la valeur des biens ont augmenté de manière significative durant la même période.

Une telle augmentation implique inévitablement une hausse de l'exposition aux catastrophes naturelles ainsi qu'une hausse des pertes liées à une catastrophe.

L'étude menée par Pielke et Landsea en 1998 [13] puis par Pielke et al en 1999 [14] ; 2003 [15] et 2008 [16] et enfin par Vraines et Pielke en 2009 [22] définissent une équation d'indexation des pertes donnée par :

$$Pertes_t^s = Pertes_t \times \frac{PIB\ corrigé_s}{PIB\ corrigé_t} \times \frac{Population_s}{Population_t} \times \frac{Richesse\ par\ habitant_s}{Richesse\ par\ habitant_t}$$

Où

- s est l'année qu'on souhaite normaliser,
- t est l'année d'occurrence du sinistre,
- *PIB corrigé*, aussi noté *PIB cor*, est le produit intérieur brut ajusté de l'inflation,

Ces méthodes ont été critiquées par Barthel et Neumayer puisqu'elles se basaient sur une normalisation temporelle mais non spatiale. En effet, la méthode rend possible une comparaison de la même zone à deux dates distinctes mais ne permet pas de comparer deux zones différentes. Ils ont alors proposé une méthode alternative d'ajustement en fonction de la zone géographique. Cette méthode nécessite toutefois un grand nombre d'informations, rarement disponibles, expliquant qu'elle soit peu utilisée.

B) Méthodes d'indexation des pertes assurées

Le principal article concernant les méthodes d'indexation des pertes assurées est celui de Fabian Barthel et Eric Neumayer [4].

Lors d'une étude menée par « The Munich Re Programme », ils ont tenté de démontrer une tendance dans les pertes assurées.

Leur équation reprend celle utilisée pour l'indexation des pertes totales et prend, de plus, en compte l'évolution de la pénétration d'assurance (notée Pen. Ass ci-dessous) entre la date du sinistre et la date où on désire effectuer la normalisation.

$$Pertes\ Assurées_t^s = Pertes\ Assurées_t \times \frac{PIB\ cor_s}{PIB\ cor_t} \times \frac{Pop_s}{Pop_t} \times \frac{Richesse/hab_s}{Richesse/hab_t} \times \frac{Pen.\ Ass_s}{Pen.\ Ass_t}$$

La richesse par habitant est une donnée qui n'est pas toujours disponible en fonction du pays étudié, pour approximer cette valeur, leur étude propose d'utiliser le PIB par habitant. Lorsqu'on multiplie le PIB par habitant à la date s par la population à cette même date, on obtient le PIB global à la date s :

$$\frac{PIB\ par\ habitant_s}{PIB\ par\ habitant_t} \times \frac{Pop_s}{Pop_t} = \frac{PIB_s}{PIB_t}$$

Leur équation devient alors :

$$Pertes\ Assurées_t^s = Pertes\ Assurées_t \times \frac{PIB\ cor_s}{PIB\ cor_t} \times \frac{PIB_s}{PIB_t} \times \frac{Pen.\ Ass_s}{Pen.\ Ass_t}$$

Ils ont cependant dû revoir leur méthode, théoriquement valide, mais difficilement réalisable dans la pratique. En effet, la pénétration d'assurance n'étant pas une donnée fréquemment disponible, ils ont décidé d'utiliser la prime d'assurance comme approximation de cette grandeur.

Toutefois, cette méthode d'approximation pose un problème : la prime d'assurance peut augmenter ou diminuer sans que la part de richesse assurée n'augmente ou ne diminue. Comme nous le verrons dans la suite, on observe des phénomènes de hausse (ou de baisse) des primes suite à des périodes de forte (ou de faible) sinistralité alors que le niveau de richesse pendant cette période n'évolue pas nécessairement.

Une étude, menée par le réassureur Munich RE, a montré une relation entre la prime d'assurance et la somme totale des valeurs assurées, ce qui a permis de fournir une approximation de la pénétration d'assurance comme le ratio entre la prime d'assurance et le PIB :

$$Pénétration\ d'assurance_t = \frac{Prime\ d'assurance_t}{PIB_t}$$

L'équation finale qu'ils proposent devient alors :

$$Pertes\ Assurées_t^s = Pertes\ Assurées_t \times \frac{PIB\ cor_s}{PIB\ cor_t} \times \frac{Prime\ d'assurance_s}{Prime\ d'assurance_t}$$

3.2 Limites

Le principal problème dans l'utilisation de données historiques pour l'évaluation des catastrophes naturelles est le caractère imprévisible et non fréquent de ces événements, ce qui rend nécessaire une longue période d'étude. Or, nous disposons de peu de données répertoriées, ce qui risque de créer un biais dans l'étude statistique.

De plus, ces différentes méthodes sont limitées si on s'intéresse à une comparaison spatiale des pertes et non uniquement temporelle puisque les indexations sont effectuées pour des régions assez larges (souvent au niveau d'un pays, voire d'un continent) sans différenciation entre le caractère rural ou urbain d'une zone.

En ce qui concerne l'indexation des pertes assurées, l'évaluation de la pénétration d'assurance est difficile et il n'existe pas à ce jour de méthodes suffisamment précises pour en rendre compte. Par ailleurs, ces diverses méthodes ne prennent pas en compte l'évolution des structures de portefeuille d'assurance et de réassurance au cours du temps. Pourtant, nous avons assisté à une profonde mutation des programmes de réassurance depuis les années 1980, avec une hausse de la part des programmes non proportionnels par rapport aux programmes proportionnels.

Ces méthodes classiques d'indexation des pertes liées aux catastrophes naturelles ont montré leurs limites quand on compare les valeurs des pertes indexées avec celles renvoyées par un logiciel de modélisation¹.

¹ Voir Partie 5, « Présentation des modèles CAT »

Le graphe suivant présente la différence entre les pertes indexées selon les méthodes usuelles et la perte modélisée par RMS (Risk Management Solutions) ¹ pour l'ouragan Andrew. En 1992, l'ouragan Andrew causa 15,5 milliards de dollars de dommages assurés (source PCS), en indexant cette valeur sur l'inflation, la richesse et la population, on obtient une perte de 38 milliards de dollars alors que la perte renvoyé par le modèle atteint 54 milliards.

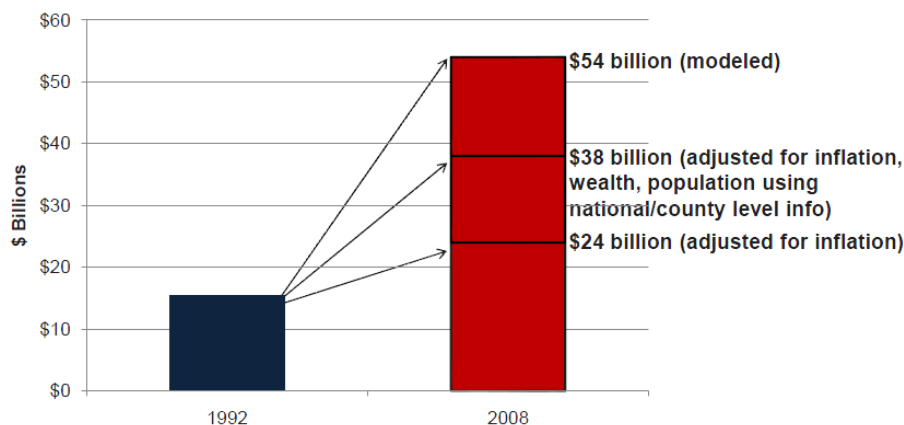


Figure 16 : Comparaison entre les pertes ajustées et modélisées

Nous allons maintenant présenter notre méthode pour essayer de refléter au mieux ces différents aspects.

3.3 Présentation de notre modèle

Nous disposons d'informations sur les pertes connues par SCOR à l'époque de la survenance du sinistre, ainsi que d'informations concernant le portefeuille que souscrivait l'entreprise au même moment. Les informations sur nos pertes sont des informations appelées « Net As-Was », c'est-à-dire les pertes connues par SCOR à l'époque, sans aucun retraitement.

Pour réaliser une comparaison temporelle de nos pertes, nous cherchons à en obtenir une vision « Net As-If », c'est-à-dire que nous cherchons à estimer à combien s'élèveraient les pertes pour SCOR si l'évènement se reproduisait aujourd'hui. Passer d'une perte « Net As-Was » à une perte « Net As-If » suppose la prise en compte de l'évolution de la structure du portefeuille SCOR au cours du temps.

Au cours de ces 20 derniers années, la réassurance a connu de fortes mutations dans la structure de ces traités : initialement, la majorité des traités étaient des traités proportionnels et nous avons assisté à une forte croissance des traités non proportionnels. Or, une perte n'a pas le même impact si elle touche un traité proportionnel ou un traité non proportionnel.

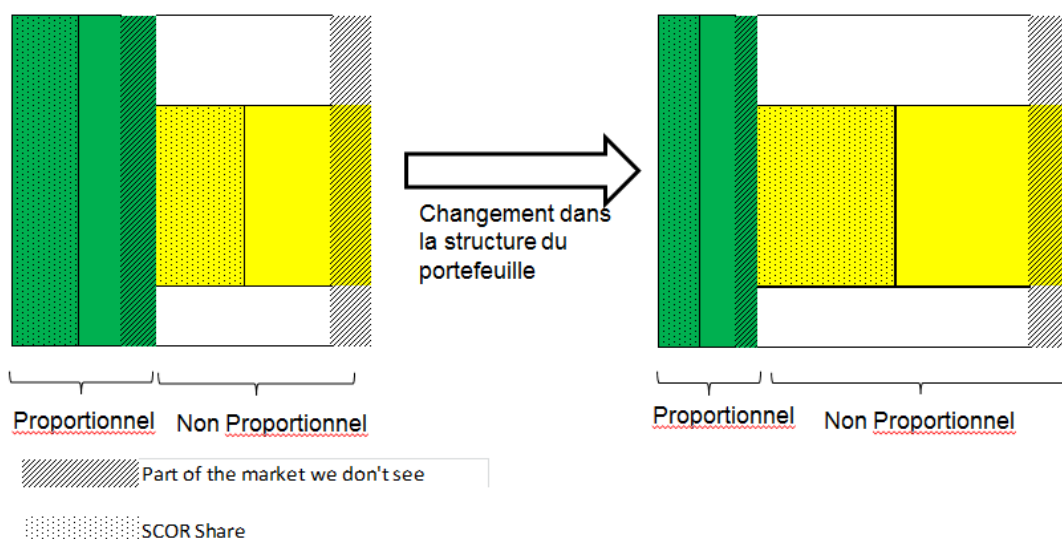


Figure 17 : Evolution de la structure d'un portefeuille

Nous avons envisagé différentes approches pour passer du « Net As-Was » au « Net As-If ».

Dans le cas des traités proportionnels, pour obtenir la perte SCOR As-If il nous suffit de passer notre perte de l'époque à 100 %, de l'indexer à l'aide des méthodes présentées ci-dessus et de réappliquer notre part actuelle à cette perte.

Cependant, la rétention et la capacité des traités non proportionnels rendent une évaluation des pertes SCOR « Net As-If » plus difficile. En effet, pour les pertes concernant les traités non proportionnels, il nous faut calculer la perte à 100 %, en divisant la perte SCOR par la part SCOR et ensuite y ajouter la rétention pour avoir la perte marché. Il nous faut ensuite indexer cette perte marché et, enfin, lui appliquer les conditions du portefeuille actuel pour obtenir le « Net As-If ».

Pour appliquer cette méthode, nous avons été confrontés à des problèmes concernant la qualité de nos données. En effet, malgré un important nettoyage de notre base de données, nous n'avons pas jugé que la qualité de nos données nous permettait d'utiliser cette méthode pour tous les marchés. C'est pourquoi nous avons décidé d'utiliser une méthode supposée fonctionner dans tous les cas, indépendamment de la qualité des données, cette méthode est appelée « La Méthode des S/P » ou « Loss Ratio »

A) Utilisation de la méthode des S/P

Disposant des pertes et des primes SCOR à l'époque, appelées As-Was, et de la part SCOR relative à ces pertes et primes, nous avons pu déterminer la perte et la prime à 100 %.

$$\text{Prime à 100 \%} = \frac{\text{Prime SCOR}}{\text{Part SCOR}}$$

$$\text{Perte à 100 \%} = \frac{\text{Perte SCOR}}{\text{Part SCOR}}$$

En divisant la Perte à 100 % par la Prime à 100 %, nous obtenons un Loss Ratio :

$$\text{Loss Ratio} = \frac{\text{Perte à 100 \%}}{\text{Prime à 100 \%}}$$

Nous faisons ensuite l'hypothèse que le Loss Ratio « As-Was » est identique au Loss Ratio « As-If ».

Ainsi, en multipliant la prime SCOR actuelle (prime de 2012 utilisée pour notre étude), par le Loss Ratio calculé précédemment, on obtient les pertes « As-If » :

$$\text{Perte As - If} = \text{Prime Actuelle} \times \text{Loss Ratio}$$

Le schéma ci-dessus résume la méthode utilisée :

- **Première étape** : Passage de la part SCOR à la part à 100 %

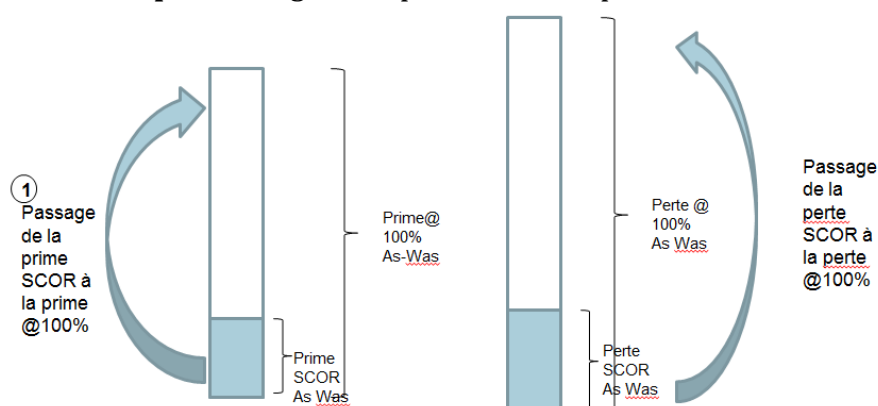


Figure 18 : Passage de la part SCOR à la part à 100 %

Puis on calcule le Loss Ratio comme rapport de la perte à 100 % et de la prime à 100 %.

- **Deuxième étape** : Passage du As-Was au As-If

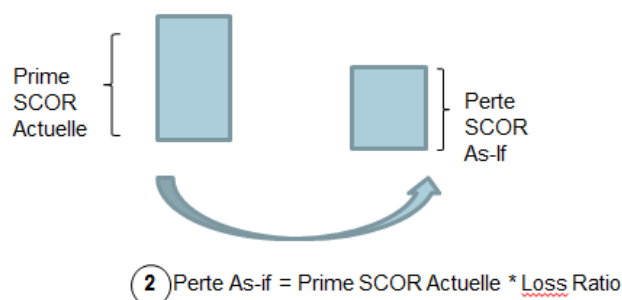


Figure 19 : Passage de As-Was à As-If

Exemple :

On suppose qu'on dispose des informations suivantes concernant un sinistre survenu lors de l'année N :

Sinistre :

- Coût SCOR : 20 millions
- Part SCOR : 10 %

Primes :

- Prime SCOR : 50 millions
- Part SCOR : 20 %

On obtient alors :

- Un sinistre à 100 % d'une valeur de 200 millions
- Une prime à 100 % d'une valeur de 250 millions



S/P marché = 80 %.

On suppose que la prime SCOR 2012 vaut 60 millions.
La perte de SCOR de l'année N devient en As-IF 2012 :

Perte As – If = Prime Actuelle × Loss Ratio

$$Perte As – If = 60 \times \frac{80}{100}$$

$$Perte As – If = 48 \text{ millions}$$

B) Remarques et limites de notre méthode :

Il est nécessaire de noter qu'un ajustement de la méthode a dû être effectué. En effet, si le volume de prime a subi d'importants changements durant la période ou si la souscription a trop changé, notre méthode ne pourra aboutir à des résultats fiables. C'est pourquoi nous avons divisé notre portefeuille en 45 sous-régions pour lesquelles nous avons calculé, année après année, nos ratio S/P. Nous avons ensuite cherché à ajuster ces ratio par marché à l'aide d'indicateurs macro-économiques.

C) Téléchargement de bases macro-économiques externes

Pour notre étude, nous avons eu besoin de nous baser sur des indicateurs macro-économiques que nous avons téléchargés depuis 4 sources différentes :

1- World Bank

Créée en 1944, la Banque Mondiale (World Bank) est une institution financière ayant pour but de réduire, par le biais d'aide financière, la pauvreté dans les pays en cours de développement. La Banque Mondiale est une source de financement et d'assistance technique primordiale pour le développement et la stabilité financière dans le monde.

La "World Bank's Open Data" [23] est une initiative de libre accès à une base de donnée macro-économique contenant plus de 8 000 séries temporelles d'indicateurs ainsi que des rapports et autres ressources .

Nous avons ci-dessous un exemple du type d'indicateurs qu'on peut retrouver dans la base de données :

COUNTRIES	INDICATORS	DATABASES
GDP growth (annual %)	Life expectancy at birth, total (years)	
GDP (current US\$)	Internet users (per 100 people)	
GDP per capita (current US\$)	Imports of goods and services (% of GDP)	
GNI per capita, Atlas method (current US\$)	Unemployment, total (% of total labor force)	
Exports of goods and services (% of GDP)	Agriculture, value added (% of GDP)	
Foreign direct investment, net inflows (BoP, current US\$)	CO2 emissions (metric tons per capita)	
GNI per capita, PPP (current international \$)	Literacy rate, adult total (% of people ages 15 and above)	
GINI index	Central government debt, total (% of GDP)	
Inflation, consumer prices (annual %)	Inflation, GDP deflator (annual %)	
Population, total	Poverty headcount ratio at national poverty line (% of population)	
View more indicators		

Table 3 : Exemple d'indicateurs de la World Bank

2- International Monetary fund

Le Fond Monétaire International (FMI) cherche à encourager la croissance mondiale et la stabilité économique. Il fournit des conseils stratégiques ainsi que des financements aux pays en difficultés économiques, et travaille avec les pays en développement pour les aider à parvenir à une stabilité macroéconomique et réduire la pauvreté

Le FMI publie une série de données sur divers indicateurs économiques et financiers disponibles dans la base de données du World Economic Outlook (WEO) [10]. Cette dernière contient des séries statistiques macroéconomiques, depuis 1980, telles que l'inflation, la balance économique nationale, le taux de chômage...

3- European Insurance

Insurance Europe [12] est une fédération européenne d'assurance et de réassurance, constituée de 34 pays membres représentant tout type d'assurance et réassurance. Insurance Europe produit régulièrement des rapports et des publications statistiques sur des indicateurs assurantiels tels que le volume des primes émises, acquises, la pénétration d'assurance...

Ces données sont disponibles depuis 2002 mais ne le sont pas pour tous les pays. En revanche, les données concernant la zone Euro sont complètes : ce sont celles qui nous intéressent le plus pour l'indexation des tempêtes européennes.

4- Téléchargement de bases macro-économiques internes

Enfin, nous avons extrait une base d'indicateurs macro-économiques interne à SCOR contenant pour chaque pays des indicateurs spécifiques au marché de l'assurance, tels que l'indicateur du coût de construction qui est fréquemment utilisé pour indexer des pertes assurées.

PARTIE 4 : RESTRUCTURATION DU PORTEFEUILLE ET UTILISATION DE NOS PERTES INDEXEES COMME BACKTESTING

Dans cette partie, nous avons utilisé notre base de données indexées pour comparer les sorties renvoyées par les modèles de catastrophes naturelles à des données historiques. Dans un premier temps, nous présenterons la structure d'un modèle Cat et par la suite nous comparerons les événements modélisés par SCOR à nos événements historiques.

4.1 Restructuration de nos données

Comme présenté dans la partie précédente, nous avons ajusté, à l'aide d'indicateurs macro-économiques et de points de vue d'experts, l'évolution de notre portefeuille au cours du temps.

Nous avons réalisé un découpage géographique en 45 zones. Le but a été de trouver le juste milieu entre :

- Un découpage trop fin, qui nous aurait rendu la tâche trop laborieuse et qui nous aurait confrontés à des absences de données pour certaines zones
- Un découpage trop large, qui ne nous aurait pas permis de refléter toutes les spécificités des zones géographiques

Nous avons ensuite indexé nos pertes à l'aide de la méthode des Loss Ratio (ou S/P) que nous avons corrigé à l'aide d'indicateurs macro-économique lorsque cela nous semblait nécessaire. Les pertes marchées fournies par les rapport Sigma ou par PCS, ont, quant à elles, été indexées en utilisant l'indice du coût de construction lorsque ce dernier était disponible. Sinon, nous avons utilisé le CPI (*Consumer Price Index*), ainsi que les indicateurs présentés dans la méthode de Barthel et Neumayer lorsqu'ils étaient disponibles afin d'obtenir une validation de nos ratio As-Was et As-If.

4.2 Comparaison avec des événements modélisée

Le but de cette partie est de comparer nos résultats avec les sorties fournies par les logiciels de modélisation des catastrophes naturelles.

Nous commencerons par présenter les différents modèles de catastrophes naturelles existants et, dans la mesure du respect de la confidentialité, nous présenterons la manière dont SCOR utilise et ajuste ces modèles. Puis, nous comparerons les pertes modélisées avec nos pertes historiques indexées.

A) Présentation d'un modèle CAT

Il s'agit d'un outil informatique permettant de réaliser des simulations, de nature prédictive, des sinistres causés par des catastrophes naturelles. Le modèle doit être en mesure de calculer les coûts des sinistres pour chacun des éléments couverts ainsi que le coût des sinistres pour l'ensemble d'un portefeuille. Un modèle doit tenir compte de la localisation géographique des éléments couverts et des caractéristiques physiques et naturelles d'une zone .

L'utilisateur de tels modèles doit toutefois garder en tête qu'un modèle est une représentation simplifiée de la réalité :

« *Remember that all models are wrong ; the practical question is how wrong do they have to be to not be useful.* » George E. P. Box, Norman R. Draper, *Empirical Model-Building and Response Surface*, Wiley, 1987.

Les modèles les plus souvent utilisés pour les catastrophes naturelles sont des modèles stochastiques qui permettent de réaliser des simulations de tous les événements envisagés sur une période longue et d'en mesurer la probabilité et la sévérité.

Il existe plusieurs compagnies spécialisées dans la modélisation des catastrophes naturelles telles que RMS, AIR ou encore EQECat. L'outil de référence peut varier d'un marché à l'autre selon les qualités respectives des différents outils sur une zone spécifique. Par exemple, pour la combinaison aléa naturel - zone géographique «tempête en Europe», la norme est d'utiliser CATRADER pour la France, les Pays-Bas, le Luxembourg et la Belgique et RISKLINK pour l'Allemagne, le Royaume-Uni et la Scandinavie. La personne en charge de la tarification peut également choisir d'utiliser ou non les différentes options permises par chacun de ces outils, lesquelles ont un impact sur le risque modélisé, pour tenir compte des spécificités d'une cédante en particulier (antériorité de la relation, qualité de l'information, profil de risque).

Pour déterminer l'exposition de SCOR face aux risques de catastrophes naturelles, le département Risk Modelling Global Natural Hazards utilise à ce jour principalement les résultats de deux logiciels : AIR et RMS. Ceux ci ont l'avantage de couvrir une multitude de sinistres (tremblement de terre, tempêtes, cyclones, ouragans, inondations, etc.) et de nombreuses zones du monde (Europe, Amériques, Asie Pacifique, etc.). Toutefois, le groupe n'utilise pas systématiquement la modélisation de tels logiciels au sein de son modèle interne alors même qu'elle en détient la licence pour la souscription. Nous présenterons de manière succincte, par souci de confidentialité, l'utilisation de son modèle interne par SCOR.

1- Fonctionnement des modèles Cat

Toutes les catastrophes naturelles ne sont pas modélisables. Les tempêtes et les séismes le sont, alors qu' il n'existe pas encore de modèle pour la grêle, les inondations et les tsunamis, bien que certains soient en développement.

La modélisation se décompose en quatre étapes :

- La génération d'événements stochastiques (stochastic event)
- Le module aléa (hazard)
- Le module vulnérabilité (vulnerability)
- Le module financier (financial).

L'organigramme ci-dessous représente les différentes sections d'un modèle Cat que nous allons présenter.

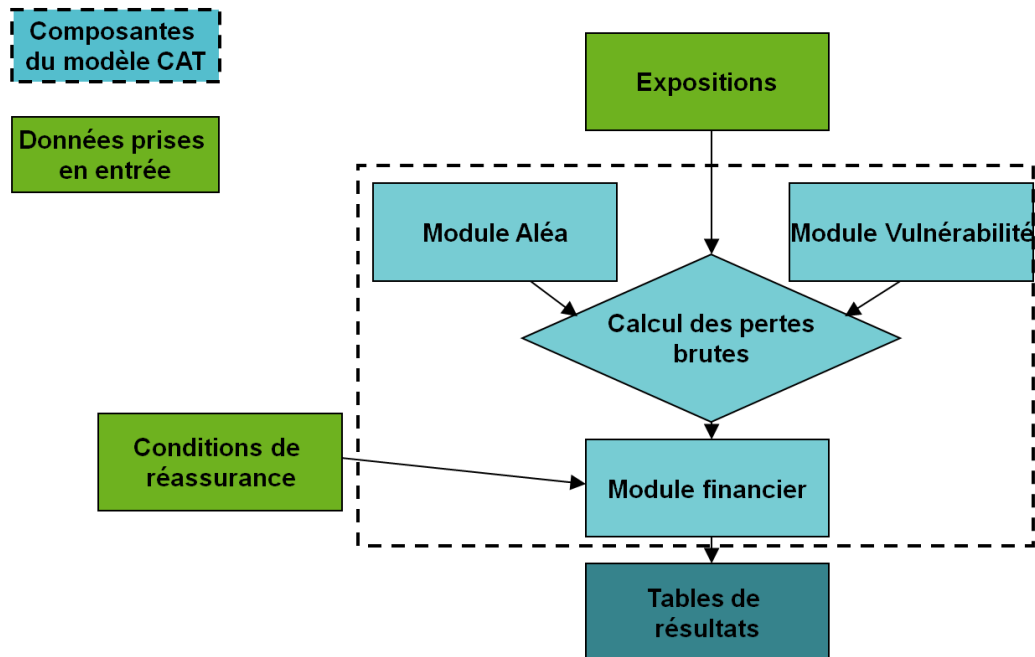


Figure 20 : Présentation d'un modèle CAT

Un modèle CAT prend en entrée les expositions ainsi que les conditions de réassurance et renvoie en sorti des tables de résultats que nous présenterons dans la suite.

➤ Génération d'évènements stochastiques

La première étape de la modélisation consiste à générer un catalogue d'évènements stochastiques. Un évènement est défini par sa localisation ou sa trajectoire, sa puissance et sa fréquence annuelle (ou probabilité d'occurrence).

Pour modéliser la fréquence annuelle des sinistres, on utilise fréquemment les lois discrètes suivantes :

- Loi de Poisson
- Loi Binomiale
- Loi Binomiale Négative

La loi de Poisson reste la plus utilisée des trois car elle décrit les probabilités de survenance d'un événement rare sur un grand nombre d'observation et elle nécessite l'utilisation d'un seul paramètre (interprétable comme une fréquence moyenne). De plus, elle est simple à comprendre et à utiliser.

Des centaines de milliers d'évènements sont ainsi générés sur la base de données historiques et de paramètres géologiques ou météorologiques.

On dispose ainsi d'évènements générés artificiellement, qui, même si ils n'ont jamais eu lieu, sont scientifiquement cohérents.

➤ **Le module Aléa**

Ce module vient évaluer l'intensité d'un évènement de la base sur une zone géographique particulière.

- Dans le cas des tempêtes, ce module va estimer la force du vent en un certain point géographique sachant l'origine, la trajectoire et les caractéristiques de cette tempête et en prenant en compte l'environnement traversé.
- Dans le cas des séismes, ce module estime plutôt les mouvements de terrains et la propagation des ondes sismiques dans les milieux traversés.

Les historiques d'évènements établis pour les différents périls naturels constituent la base du module de l'aléa. Plus les séries de données remontent loin et plus elles sont complètes, plus elles sont susceptibles de donner une image fidèle du risque réel. Cependant, les données fiables et comparables en termes quantitatifs sur les catastrophes naturelles couvrent rarement une période de plus de 100 ans. Pour obtenir une évaluation réaliste du risque, il convient par conséquent, dans le module de l'aléa, d'utiliser la base d'évènement générée précédemment.

À l'issu de ces deux premiers modules, on obtient donc la description complète d'une série d'évènements en terme d'intensité et ce par zone géographique ainsi qu'une description probabiliste (fréquence d'occurrence).

➤ **Le module vulnérabilité**

Ce troisième module relie la sévérité du risque naturel aux dommages physiques engendrés. Il a pour but de déterminer le taux de dommage moyen causé par un évènement issu de la liste générée sur un portefeuille donné. Ce taux de dommage moyen correspond au ratio entre la perte espérée sur un bien suite à un évènement et la valeur totale du bien. Ce module utilise des courbes de vulnérabilité historiques ou modélisées, qui donnent le taux de dommage aux biens en fonction de l'intensité de l'évènement.

Le module vulnérabilité permet le calcul de la perte brute liée aux caractéristiques physiques d'un évènement.

➤ **Le module financier**

Ce module applique les conditions financières aux pertes brutes précédemment calculées pour obtenir la perte finale nette. L'application des structures de réassurance permet l'estimation de la charge du réassureur en prenant en compte les franchises, portées...

Le module financier permet de passer d'une perte brute à une perte nette.

➤ Résultats en sortie

En sortie de ces modèles, on récupère ce qu'on appelle une *Event Loss Table* (ELT) qui renvoie les pertes causées par chaque événement. Elles contiennent des informations sur les différents événements susceptibles d'impacter le portefeuille. Chaque événement se caractérise par un identifiant, une fréquence annuelle, le coût moyen qu'il engendre, l'écart-type de ce coût ainsi que le coût maximal, c'est-à-dire l'exposition.

Combinés à la fréquence de l'événement, les modèles nous permettent de constituer les courbes *Occurrence Exceedance Probability* (OEP) et *Aggregate Exceedance Probability* (AEP).

L'« *Occurrence Exceedance Probability* » correspond à la fonction qui associe la perte par événement à une probabilité ou une période de retour donnée.

L'« *Aggregate Exceedance Probability* » correspond à la fonction qui associe une perte agrégée annuelle à une probabilité ou à une période de retour donnée.

La période de retour est quant à elle donnée par l'inverse de la probabilité de l'événement ou de la perte annuelle.

La figure ci-dessous est un exemple de catalogue simulé :

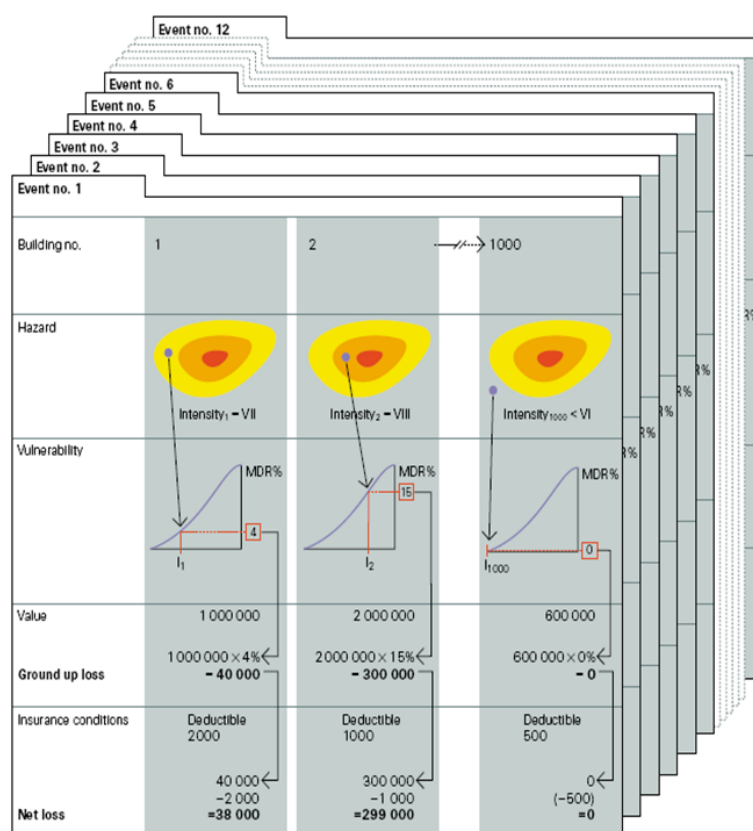


Figure 21 : Exemple d'une sortie d'un modèle CAT (Swiss Re)

On constate que pour l'événement simulé n°1, par exemple, pour le building n°1, on a une intensité de niveau VII, ce qui correspond à un taux de dommage de 4 %, donc pour une valeur assurée de 1000000 \$, la perte brute sera de 40000 \$.

Si on considère qu'on a un contrat de réassurance possédant une franchise de 2000 \$ alors la perte nette sera de 38000 \$.

2- Modifications et Ajustements apportés aux modèles

Comme de nombreuses compagnies d'assurance et de réassurance, SCOR dispose d'un modèle interne, décomposé en cinq sous modèles.

Le modèle non-vie repose sur l'outil NORMA (Non-life Operational Risk Model Aggregation) dont la principale fonction est de simuler et d'agréger (avec prise en compte des effets de diversification) les distributions des flux de pertes afférentes aux passifs non-vie.

Si un outil de modélisation unique, tel que RMS, est nécessaire pour correctement capturer les conséquences d'un aléa naturel frappant le portefeuille sur plusieurs pays, SCOR ne partage pas toujours pour autant la même vision de la sévérité et de la fréquence des événements que le fournisseur de modélisation des catastrophes naturelles. Par conséquent, SCOR corrige les résultats fournis par les modèles pour aboutir à des montants reflétant sa propre vision du risque.

Dans le cas où SCOR ne dispose pas d'une licence pour une combinaison aléa naturel - zone géographique (en noir dans la figure ci-dessous), que ce soit parce que le groupe n'a pas fait l'acquisition de la licence ou que RMS ne propose pas de modélisation spécifique, SCOR utilise une méthode alternative.

Perils	EQ	FL	WS	OP	Perils	EQ	FL	WS	OP
	Earthquake	Flood	Wind	Other Cat		Earthquake	Flood	Wind	Other Cat
Americas					EMEA				
North America					Africa				
Canada	NAEQ			CAOP	Algeria	ALEQ			RFOP
United States	NAEQ		NAHU	USOP	South Africa	ZAEQ			ZAOP
Caribbean	CBEQ		NAHU		Rest of Africa				RFOP
South America					Eastern Europe				
Chile	CLEQ			LSOP	CIS				CIOP
Colombia	COEQ			LSOP	Eastern Europe	EEEQ	EEFL		
Venezuela	VEEQ			LSOP	Middle East				
Rest of South America	LSEQ			LSOP	Israel	ILEQ			RCOP
Mexico + Central America					Jordan	JOEQ			RCOP
Mexico	MXEQ			LCOP	Lebanon	LBEQ			RCOP
Rest of Central America	LCEQ			LCOP	Turkey	TREQ			RCOP
APAC					Rest of Close East				RCOP
Japan					Rest of Gulf				RGOP
Japan	JPEQ		JPWS		South Europe				
Oceania					Cyprus	CYEQ			SEOP
Australia	AUEQ		AUWS	AUOP	Greece	GREQ			SEOP
New Zealand	NZEQ				Italy	ITEQ			SEOP
Rest of Asia					Portugal	PTEQ			SEOP
China	CNEQ	CNFL	CNWS		Western Europe				
India	INEQ			RAOP	Western Europe	EWEQ	EWFL	EWWS	EWOP
Indonesia	IDEQ			RAOP	Comment:				
South Korea			KRWS	RAOP	RR: Region, PP: Peril				
Taiwan	TWEQ			RAOP	RRPP	Model			
Thailand		THFL			RRPP	Pareto Method			
Rest of Asia	RAEQ			RAOP					

Table 4 : Combinaisons Aléa naturel-Zone géographique

Les experts catastrophes naturelles calibrent une distribution composée en fonction d'informations à leur disposition. Au niveau des catastrophes naturelles, il est fréquent de constater que les contrats sont tarifés suivant une méthode dite de « Poisson/Pareto » :

- La fréquence est modélisée par une loi de Poisson.
- La sévérité est quant à elle modélisée par une loi de Pareto, en raison de sa queue de distribution lourde.

Des tirages aléatoires de la distribution sont alors effectués et les réalisations sont transmises à l'équipe en charge de NORMA.

La présentation d'une méthode de tarification type « Poisson/Pareto » est disponible en annexe (voir **Annexe 1**).

B) Prolifération des modèles CAT et besoin de Backtesting

Les programmes de modélisation de catastrophes naturelles se multiplient sur le marché expliquant la grande diversité des résultats en sortie.

Il apparaît donc qu'il n'existe pas de statistiques fiables permettant la modélisation des catastrophes naturelles. Les différents modèles ne suffisent plus à asseoir une tarification appropriée.

De plus, dans le cadre des nouvelles normes imposées aux assureurs et aux réassureurs, notamment avec Solvabilité 2, il est nécessaire d'être capable de justifier de l'utilisation d'un modèle et d'une méthode plutôt qu'une autre. La notion de Backtesting est de plus en plus présente et demande aux assureurs et aux réassureurs un réel travail d'étude des données pour leur permettre de valider l'utilisation d'un modèle. Le Backtesting (ou test rétroactif de validité) consiste à tester la pertinence d'une modélisation ou d'une stratégie en s'appuyant sur un large ensemble de données historiques réelles.

Les besoins de Backtesting se retrouvent dans divers articles de la directive Solvabilité 2, comme par exemple : *"A managing agent needs to document and implement backtesting processes and establish a governance framework around them."*

Article 124/CEIOPS Doc 48/09 : 8.150-8.157

Il devient nécessaire pour les assureurs et les réassureurs de disposer d'une base de données historiques afin de pouvoir comparer les pertes historiques avec les pertes modélisées.

Nous avons comparé nos pertes historiques avec nos pertes modélisées, par souci de confidentialité les résultats sont énoncés en pourcentage. Nous avons commencé par comparer le poids de chaque péril dans les pertes NORMA et dans les pertes historiques et nous avons obtenu les résultats suivant :

	Part du péril dans NORMA	Part du péril dans les données historiques
Tremblement de terre (EQ)	35 %	17 %
Inondation (FL)	5 %	13 %
Tempête (WS)	42 %	48 %
Autre péril	19 %	22 %

Tableau 4 : Comparaison des pertes NORMA et historiques par péril

Les principales différences observées résident dans le poids des inondations et dans le poids des tremblements de terre.

On observe une surestimation du poids des tremblements de terre par les logiciels de modélisation lorsqu'on compare leurs coûts modélisés à ceux observés de manière historique.

En revanche, on observe une sous-estimation du poids des inondations, dont la modélisation par les logiciels Cat doit encore être améliorée.

Nous avons ensuite voulu nous assurer que le rapport entre les pertes modélisées et non modélisées selon NORMA était similaire à celui obtenu par une vision historique et nous avons obtenu les résultats suivant :

	Part dans NORMA	Part dans l'historique
Pertes Modélisées	72 %	67 %
Pertes Non Modélisées	28 %	33 %

Tableau 5 : Comparaison NORMA et historique de la part du modélisé et du non modélisé

Ces différences entre les pertes réelles et les pertes modélisées, variant en fonction du péril considéré, peuvent être expliquées par :

- Des facteurs de pertes non-modélisées ou mal modélisées (interruptions de travail, tsunami...)
- Une mauvaise calibration des facteurs de vulnérabilité pour certaines expositions en raison du manque d'informations disponibles
- Interactions entre les différentes pertes ...

Cette première comparaison nous a permis de détecter quelques différences, qui pourront servir aux équipes en charge de la modélisation Cat d'apporter des modifications aux sorties des modèles.

PARTIE 5 : MODELISATION DU RATE ON LINE ET DETECTION DE L'INFLUENCE D'UNE CATASTROPHE NATURELLE SUR LA TARIFICATION

Le but de cette partie est d'étudier l'impact d'une catastrophe naturelle sur la politique de tarification de SCOR. Nous chercherons à modéliser l'influence d'une catastrophe naturelle sur les traités SCOR et à effectuer une ventilation temporelle, géographique ou encore par type de péril de ces impacts.

5.1 Impact d'une catastrophe naturelle sur le marché de la réassurance

Lorsque surviennent des catastrophes naturelles majeures au cours d'un exercice, on observe, lors des exercices suivants, une croissance de la demande de réassurance par les assureurs ainsi qu'une baisse de l'offre de réassurance. Une hausse de la demande combinée à une baisse de l'offre induit alors une hausse des prix des couvertures de réassurance. Une baisse des prix est ensuite observée en cas d'amélioration de la rentabilité du secteur (inversion du cycle tarifaire).

Le prix de la réassurance diminuant, cette dernière devient alors plus accessible aux compagnies d'assurance entraînant des primes de réassurance plus faibles, des capacités octroyées plus importantes et donc des Loss Ratio plus importants. Ce cycle s'inverse à nouveau lors de la survenance d'une nouvelle catastrophe majeure, cette fluctuation des prix de réassurance est un inconvénient de taille pour les assureurs et les réassureurs qui cherchent une stabilité de leurs résultats sur le long terme.

On dispose de deux indices différents pour détecter l'impact d'une catastrophe sur le marché : les ressources en capital et le Rate On Line.

A) Les ressources en capital :

Après la survenance d'un sinistre exceptionnel, les ressources financières des assureurs et des réassureurs se trouvent diminuées, ce qui conduit à une tension dans les prix des protections de réassurance. Les ressources des réassureurs sont un bon indicateur pour suivre l'évolution de la capacité existante sur un marché. En effet, elles fluctuent dans le temps en fonction de l'évolution des marchés financiers et de la survenance de sinistres catastrophiques.

Le graphique ci-dessous, fourni par le réassureur Munich Re, montre l'évolution des ressources en capital des principaux réassureurs sur la période 2003-2008. On observe une hausse significative entre 2003 et 2007, avec une hausse de 17 % en 2006 et de 10 % en 2007, atteignant quasiment 300 milliards de dollars.

Malgré l'importante sinistralité due aux ouragans Katrina, Rita et Wilma en 2005, la conjoncture économique a permis de pallier ces pertes et de maintenir une hausse des ressources en capital entre 2005 et 2006.

On observe ensuite les effets de la crise financière et de l'importante sinistralité due à l'ouragan Ike (dont le coût des dommages assurés aux Etats-Unis a été de 45 milliards de dollars) sur les réassureurs avec une baisse de leurs fonds propres d'environ 18,5 %.

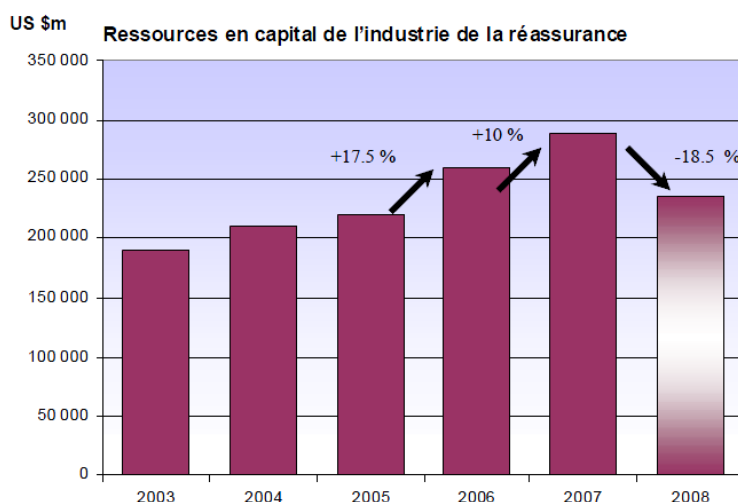


Figure 22 : Evolution des ressources en capital (Munich Re)

B) Le Rate On Line

Le Rate on Line ou « ROL » est l'indice utilisé pour calculer le prix de réassurance. Il fournit un baromètre couramment utilisé pour mesurer l'évolution du prix de la réassurance lors des renouvellements. C'est un bon indicateur des cycles de réassurance et de l'influence des catastrophes naturelles sur le marché de la réassurance. En effet, un sinistre impacte directement la politique tarifaire : après des sinistres majeurs les conditions se resserrent puis se détendent lors de période de faible sinistralité.

Ainsi, on peut constater que des événements naturels tels que l'ouragan Andrew en 1992 ou les cyclones Katrina, Rita et Wilma en 2005 ou encore des événements humains tels que les attentats contre le World Trade Center en 2001 ont conduit à de fortes augmentations des tarifs.

Le graphique ci-dessous illustre les différentes phases du cycle de réassurance : lorsqu'un important sinistre a lieu, on constate que l'année suivante le Rate On Line augmente.

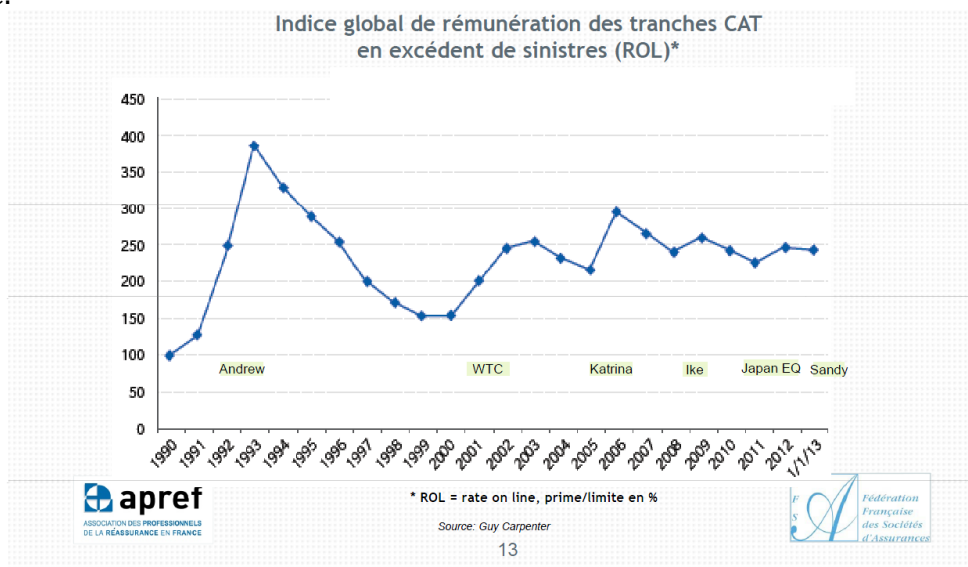


Figure 23 : Evolution du RoL (FFSA 2012)

Nous avons focalisé notre étude sur l'évolution des Rate On Line.

5.2 Définition du Rate On Line et choix de l'ordonnée

Dans le cadre des contrats Cat-Nat, il est fréquent que le besoin en couverture soit trop important pour faire l'objet d'un seul traité, la couverture est alors découpée en plusieurs tranches. Chaque tranche donne lieu à un traité distinct, et dans le cas où l'évènement se réalise, les réassureurs des différents traités paient leurs parts respectives en fonction du coût de la catastrophe et des différentes limites.

Pour étudier l'évolution du portefeuille SCOR, il nous faut un outil permettant la comparaison des différents programmes et des différentes tranches. Pour ce faire, nous allons utiliser le Rate On Line (RoL) qui permet la comparaison des différentes tranches d'un traité sur une même échelle. Le Rate On Line (RoL) est défini comme le rapport de la prime de réassurance sur le montant de la garantie achetée, il permet donc de refléter le coût d'achat de la couverture.

$$RoL = \frac{\text{Prime de réassurance}}{\text{Portée}}$$

La portée est calculée comme la différence :

$$\text{Portée} = \text{Limite}_{\text{de la tranche}} - \text{Rétention}_{\text{du programme}}$$

Pour suivre l'évolution de notre portefeuille entre deux exercices, nous avons construit des courbes de prix du marché montrant l'évolution des Rate On Line. En comparant ces courbes de prix du marché entre deux exercices, on pourra ainsi suivre l'évolution du coût de la réassurance sur ce marché.

Pour notre étude, nous commencerons par construire des courbes de marché au niveau d'un pays, en considérant tous les traités de ce marché pour une année donnée, puis pour visualiser l'impact d'une catastrophe naturelle de manière plus précise, nous construirons des courbes de marché par programme de réassurance.

Pour la réalisation des courbes de marché au niveau global, nous illustrerons nos travaux pour les marchés Français et Belge. En effet, ces deux marchés sont ceux pour lesquels nous disposons des données les plus fiables et, ils sont ceux étudiés par Aon Benfield dans les rapports « *Renouvellement des protections tempêtes du marché français* » [2] et Lafond dans son mémoire « *Modélisation de courbes Rate On Line* » [7]. Nous pourrions ainsi comparer notre méthode aux leurs.

Sachant que les Rate On Line seront placés en ordonnée, la question a été de savoir quelle grandeur mettre en abscisse.

Nous allons présenter 3 possibilités de grandeurs à mettre en abscisse :

- La Moyenne Géométrique, qui est la méthode utilisée dans le mémoire de Lafond
- Le Point Médian Relatif, qui est la méthode utilisée dans les études Benfield
- Le MidPoint/SUPI, qui est l'approche que nous proposons d'utiliser

A) Utilisation de la moyenne géométrique de la tranche :

Une méthode, présentée dans le mémoire d'Actuariat Belge Lafond 2002 : « *Modélisation de courbes Rate On Line* », propose l'utilisation de la moyenne géométrique de la tranche comme abscisse.

Il définit la moyenne géométrique comme :

$$\text{Moyenne Géométrique de la Tranche} = \frac{\sqrt[2]{(\text{Priorité} \times \text{Limite})}}{\sqrt[3]{(\text{Prime} \times \text{Plafond Programme} \times \text{SinRef})}}$$

Où :

- Plafond Programme représente le plafond du programme de la cédante étudiée.
- SinRef est le sinistre de référence, défini comme le sinistre historique le plus important subi par la cédante. Dans le cas de l'étude du marché français, il s'agit dans la majorité des cas de la tempête Lothar alors que dans le cas de l'étude du marché belge, il s'agit principalement de la tempête Daria.

Son étude a conduit à l'obtention des résultats suivants, pour la Belgique en 2002 :

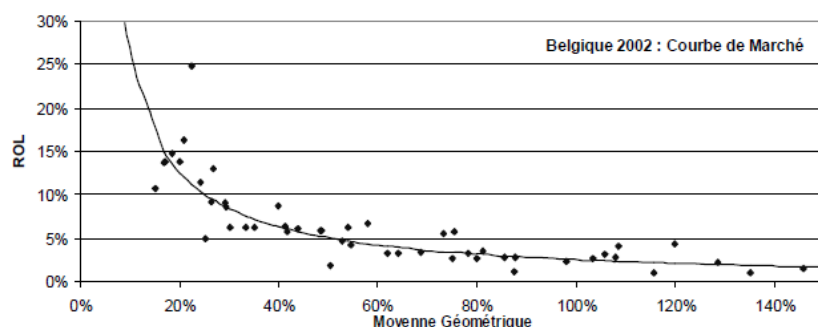


Figure 24 : Courbe de marché belge 2002 (Lafond)

B) Utilisation du Point Médian Relatif :

La méthode proposée par Aon Benfield dans l'« *Etude 2010- Renouvellement des programmes de réassurance tempête en France* » consiste à utiliser le Point Médian Relatif (P.M.R) comme abscisse.

Le Point Médian Relatif est défini comme le rapport entre le point médian et la valeur de référence avec :

- Point Médian : Représente la hauteur médiane de la tranche en valeur absolue
- Valeur de référence : Permet une comparaison des points médian sur une même échelle.

Le Point Médian a d'abord été défini comme :

$Point\ Médian = Priorité + f_{Po} \times Porté$, avec f_{Po} un paramètre d'ajustement du modèle.

Ce paramètre d'ajustement, f_{Po} , n'était pas constant d'une année sur l'autre, ce qui rendait plus difficile une comparaison annuelle des courbes de marché.

Aussi, en 2006, cette formule a été modifiée et le Point Médian a alors été défini comme :

$Point\ Médian = \sqrt{Priorité \times (Priorité + Porté)} = \sqrt{Priorité \times Limite}$

La valeur de référence est, quant à elle, définie par :

$Valeur\ Référence = \sqrt[3]{Prime \times Plafond\ Programme \times SinRef}$

L'expression du nouveau point médian relatif est alors donnée par :

$Point\ Médian\ Relatif = \frac{\sqrt{Priorité \times Limite}}{\sqrt[3]{Prime \times Plafond\ Programme \times SinRef}}$

On retrouve ainsi l'expression de l'abscisse dans le cas de l'utilisation de la moyenne géométrique.

Cette étude publie ainsi la courbe de marché pour la France pour l'année 2010 :

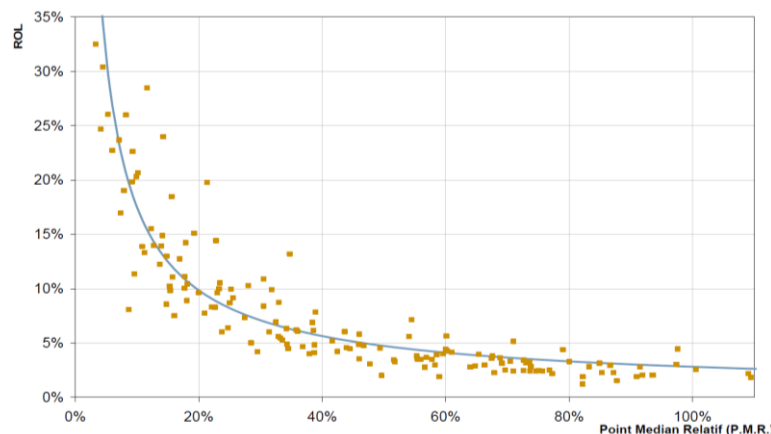


Figure 25 : Courbe de marché France 2010 (Aon Benfield)

C) Utilisation du MidPoint/SUPI :

Pour notre méthode, nous avons décidé de tracer le RoL en ordonnée en choisissant comme une grandeur en abscisse appelée MidPoint/SUPI

Notre abscisse est définie comme le rapport entre le MidPoint et la Subject Premium, notée SUPI, avec :

- MidPoint : Milieu de la tranche
- SUPI : Prime d'assurance relative de la cédante.

Le MidPoint, ou Point Moyen, est défini par :

$$\text{MidPoint} = \text{Rétention} + \frac{\text{Priorité}}{2}$$

Notre abscisse s'écrit alors :

$$\frac{\text{MidPoint}}{\text{SUPI}} = \frac{\text{Rétention} + \text{Priorité}/2}{\text{SUPI}}$$

Nous avons ainsi tracé nos nuages de points pour la France et pour la Belgique pour les années 2010-2011-2012 et 2013 et nous avons obtenu les résultats suivants :

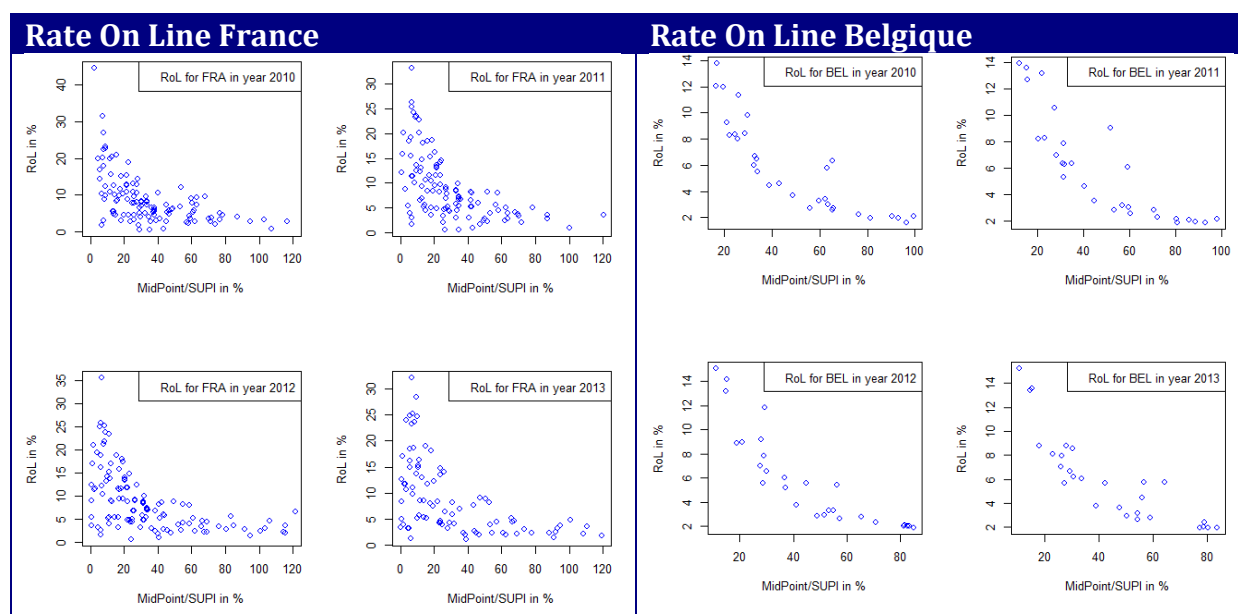


Figure 26 : Rate On line France et Belgique 2010-2011-2012 et 2013

5.3 Ajustement du Rate On Line par une fonction de régression

Une fois nos nuages de points obtenus, nous avons cherché la fonction de régression s'y ajustant le mieux. Cette fonction représente ce qu'on appelle « la courbe de marché ».

A) Justification mathématique du choix de la fonction de régression

Après avoir testé différentes méthodes d'ajustement de notre nuage de points par une fonction de régression (ajustement par une hyperbole, par une fonction exponentielle...), la méthode retenue a été l'utilisation d'une fonction puissance.

En effet, cette méthode est celle qui minimise la somme des écarts résiduels, donnée par :

$$\min \left[\sum_{i=1}^N \frac{(RoL \text{ Théorique}_i - RoL \text{ Observé}_i)^2}{RoL \text{ Observé}_i} \right]$$

On suppose donc que nos données sont liées de la manière suivante : $Y = b \times X^a$

Avec :

- Y : Le Rate On Line et
- X : L'abscisse utilisée qui est représentée par :
 - la Moyenne Géométrique dans le cas du mémoire Lafond
 - le Point Médian Relatif dans le cas de l'étude Aon
 - le MidPoint/SUPI dans le cas de notre modèle

En passant au logarithme, notre équation devient : $\ln(Y) = \ln(b) + a \times \ln(X)$

Puis on effectue le changement de variable suivant :

- $Z = \ln(Y)$,
- $B = \ln(b)$,
- $U = \ln(X)$
- $A = a$

On s'est alors ramené à l'équation suivante : $Z = A \times U + B$

Comme on est face à une équation linéaire classique, on peut appliquer un ajustement par la méthode des moindres carrés et on obtient :

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})(Z_i - \bar{Z})}{\sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}$$

$$B = \bar{Z} - A \times \bar{U}$$

Démonstration : Voir **Annexe 2**

On peut ensuite facilement déduire notre équation de la courbe d'ajustement en effectuant le changement de variable :

- $a = A$
- $b = e^B$

De plus, lors de l'étude des programmes de réassurance, nous ajusterons des nuages de 3-4 points par une courbe, c'est pourquoi l'utilisation d'une fonction ne possédant que 2 paramètres trouve son sens ici.

Le graphique ci-dessous illustre un exemple d'ajustement que nous effectuerons dans la partie suivante, en utilisant l'équation définie précédemment. En noir nous avons les points réels du programme et en rouge la courbe ajustée selon l'équation définie précédemment.

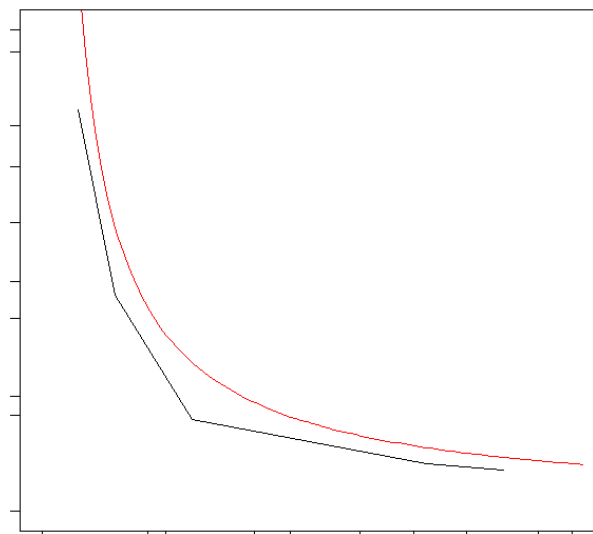


Figure 27 : Exemple d'utilisation de la fonction d'ajustement

B) Justification macro-économique du choix de la fonction de régression

Qu'on se place dans le cas de l'utilisation de la moyenne géométrique, du point médian relatif ou du MidPoint/SUPI, les 3 abscisses considérées représentent un indicateur du niveau de la tranche du programme. Ajuster le Rate On Line par une fonction puissance à exposant négatif implique une décroissance du Rate On Line en fonction de la hauteur de la tranche considérée. Or, le Rate On Line étant défini comme :

$$RoL = \frac{\text{Prime de réassurance}}{\text{Portée}}$$

Avec une portée calculée comme $\text{Limite}_{\text{de la tranche}} - \text{Rétention}_{\text{du programme}}$, on retrouve le postulat selon lequel plus le niveau de la tranche est élevé, plus le Rate On Line est petit.

5.4 Résultats et Interprétation

Nous avons modélisé nos courbes d'ajustement pour la France et pour la Belgique pour les années 2010-2011-2012 et 2013 et nous avons obtenu les résultats suivants :

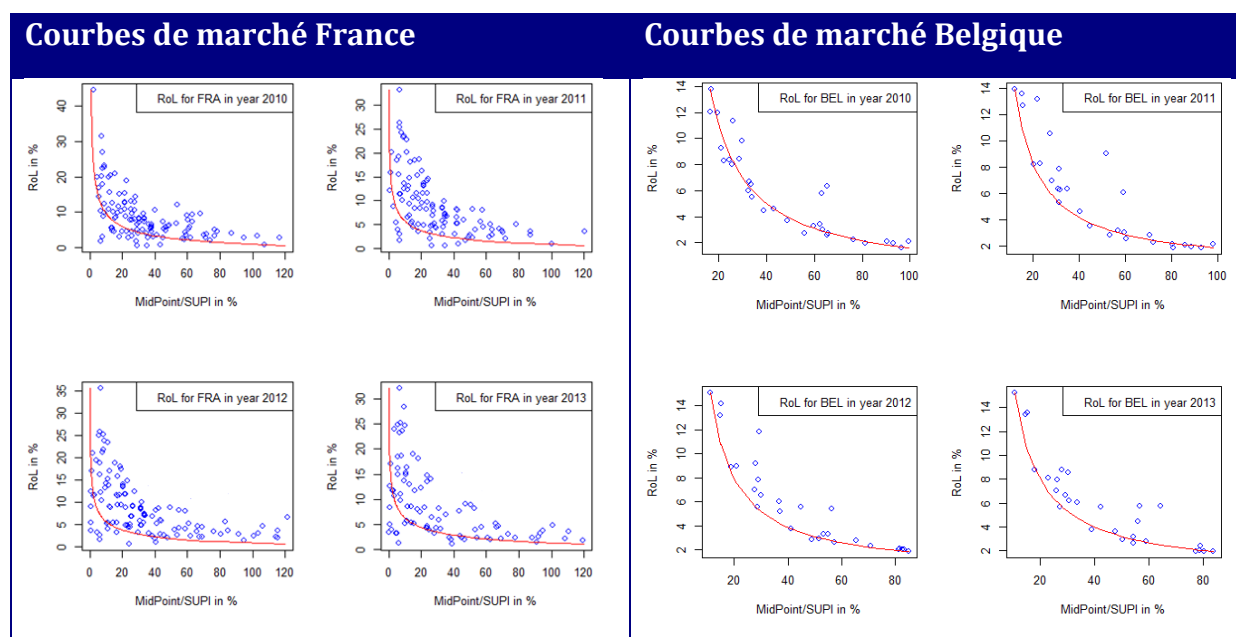


Figure 28 : Courbe de marché France et Belgique 2010-2011-2012 et 2013

Sur le graphique, on a en bleu le Rate On Line en fonction de notre MidPoint/SUPI et en rouge la courbe d'ajustement, obtenue par la méthode des moindres carrés dont les équations sont :

	France	Belgique
2010	$RoL = 0,0369 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-0,4874}$	$RoL = 0,0193 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-1,0782}$
2011	$RoL = 0,0402 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-0,4004}$	$RoL = 0,0187 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-1,0609}$
2012	$RoL = 0,0395 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-0,3547}$	$RoL = 0,0172 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-1,0997}$
2013	$RoL = 0,0398 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-0,3119}$	$RoL = 0,0192 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{-0,9941}$

Tableau 6 : Equation des courbes de marché France et Belgique 2010-2011-2012 et 2013

A) Comparaison des méthodes :

Nous avons voulu comparer notre méthode d'ajustement à celles utilisées par les études Benfield et Lafond. Pour cela, nous avons calculé le coefficient de régression en utilisant la méthode Lafond puis en utilisant la méthode Benfield et, enfin, en utilisant notre approche.

Comme nous l'avons vu précédemment, à partir de 2006, la méthode proposée par Benfield est identique à celle de Lafond, ainsi nous avons calculé le coefficient de

régression pour la méthode Lafond/Benfield et pour notre méthode.

Le coefficient de régression (*coefficient of determination* en anglais), noté R^2 , est un indicateur statistique permettant d'estimer à quel niveau une courbe (ou une droite) s'ajuste à un nuage de point. Cet indicateur montre le degré de dispersion des points qui est « capturé » par la courbe marché, il indique quel est le pourcentage de la variance totale expliqué par l'ajustement linéaire.

En notant :

- $\bar{y}$ la moyenne des observations
- $\hat{y}_i = a * x_i + b$ l'équation de notre droite de régression
- $\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ la somme totale des carrés ou variance totale
- $\sigma_e^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ la somme des carrés des résidus ou variance de l'erreur

On définit le coefficient de régression R^2 comme :

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_y^2}$$

Plus ce coefficient est proche de 1, meilleure est l'approximation du modèle.

Démonstration : Voir Annexe 3

Nous avons calculé ce coefficient R^2 dans les cas suivant :

- Utilisation de la Moyenne Géométrique/ Point Médian Relatif
- Utilisation du MidPoint/SUPI

La méthode la meilleure est celle qui a le coefficient de régression R^2 le plus élevé.

Pour éviter d'alourdir notre étude, nous présenterons seulement les résultats obtenus dans le cas du marché Belge pour les années 2010, 2011, 2012 et 2013. Des résultats similaires ayant été observés sur l'étude d'autres marchés.

Année	Méthode Moyenne Géométrique/ Point Médian Relatif	Méthode MidPoint/SUPI
2010	0,6109	0,8736
2011	0,6757	0,8498
2012	0,6063	0,8974
2013	0,6105	0,8421

Tableau 7 : Coefficient de régression, marché Belge, 2010-2011-2012 et 2013

On constate que le coefficient de régression est le plus élevé avec la méthode d'utilisation MidPoint/SUPI comme abscisse et nous validons ainsi notre modèle.

B) Vérification des hypothèses de régression

Lors d'une régression, il est nécessaire de vérifier diverses hypothèses faites sur le modèle telles que :

1- Vérification de l'adéquation et de l'homoscédasticité

Pour vérifier l'hypothèse d'indépendance des résidus, on représente le nuage de point des résidus en fonction de la valeur du Rate On Line donnée par notre modèle.

On examine si le nuage de points de résidus est bien réparti de manière aléatoire, si les résidus sont de moyenne nulle et s'il n'y a ni hétéroscédasticité, ni linéarité dans la dispersion de nos résidus.

Nous avons tracé le nuage des résidus pour la Belgique et la France pour les années 2010, 2011, 2012 et 2013. Les mêmes résultats ayant été observés sur différents marchés.

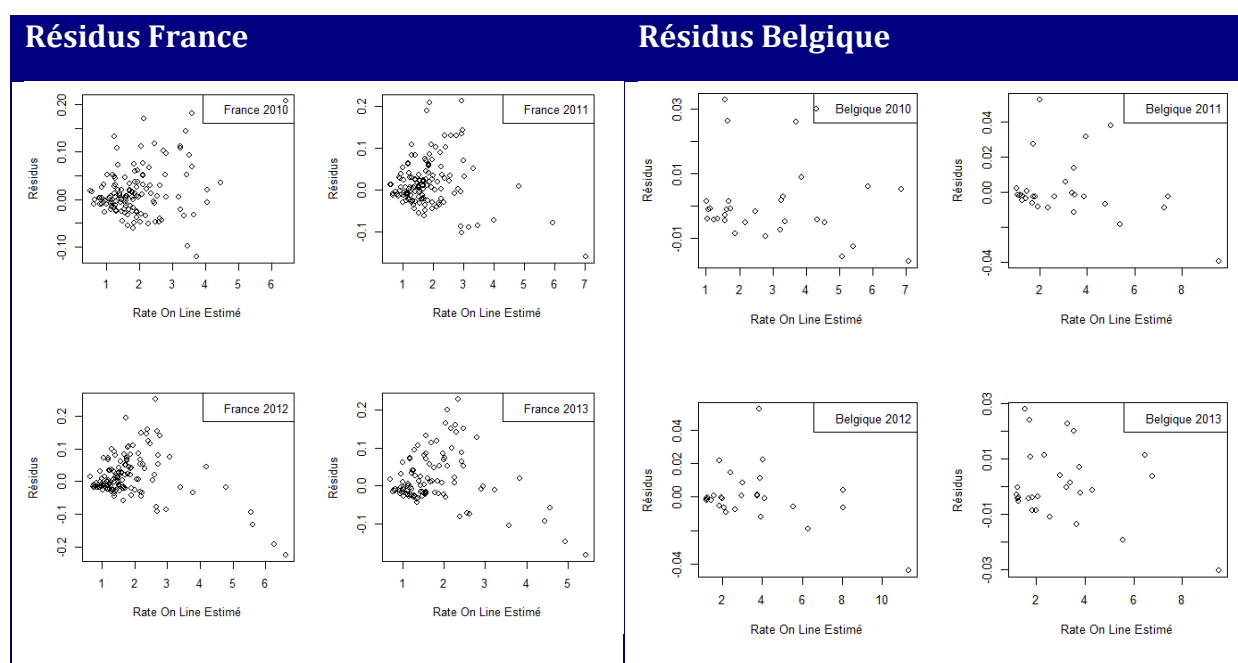


Tableau 8 : Résidus pour la France et la Belgique

Bien qu'on observe quelques anomalies, nos résidus sont majoritairement répartis de manière aléatoire autour de zéro. Ils ne semblent pas avoir de propriété particulière détectable, ce qui nous permet de valider l'hypothèse d'indépendance de nos résidus. Il est cependant nécessaire de noter les imperfections, les modèles ne pouvant pas représenter complètement la réalité.

2- Gaussianité des résidus

Une autre hypothèse à vérifier est celle de la normalité de nos résidus, pour cela nous nous sommes basés sur la droite de Henry (ou encore appelée graphique des QQ-Plots). La droite de Henry est un outil statistique permettant de vérifier graphiquement si une distribution suit une loi normale. Dans le cas d'une régression, visualiser la droite de Henry des résidus permet de vérifier que leur distribution ne s'éloigne pas trop d'une loi normale. Le principe de cette droite est de tracer la valeur observée de nos quantiles en fonction de la valeur des quantiles pour une loi normale. Si les résidus observés sont distribués normalement, les valeurs seront alignées sur une droite.

Les graphiques ci-dessous fournissent la droite de Henry pour le marché Belge et pour le marché Français pour les années 2010, 2011, 2012 et 2013. De nombreux « outliers » sont observables sur le marché Belge, mais ils ne nous empêchent pas de valider l'hypothèse de normalité.

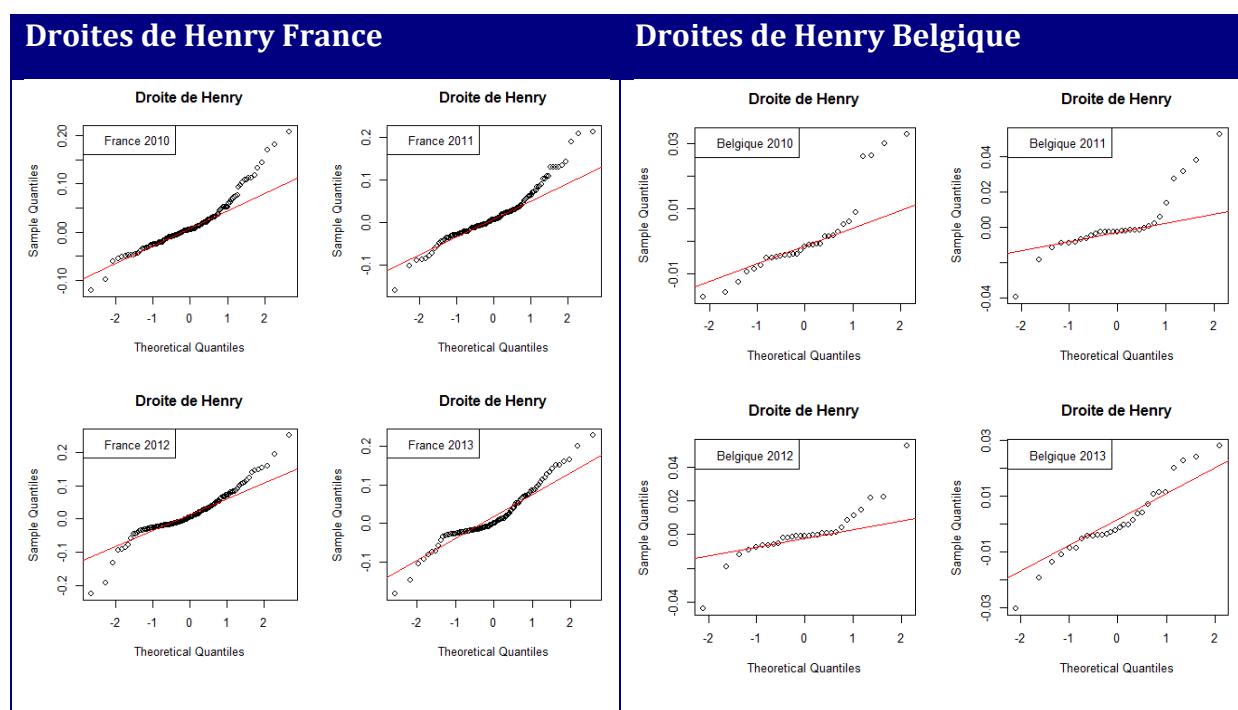


Tableau 9 : Droites de Henry pour la France et la Belgique

Ces différentes analyses statistiques nous permettent ainsi de valider notre choix de modèle de régression donné par :

$$RoL = a \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI} \right)^b$$

Cette première approche nous a permis de trouver la méthode qui nous semble être optimale pour modéliser nos programmes de réassurance, c'est-à-dire nos courbes de marché.

5.5 Etude programme par programme de l'impact

Pour refléter uniquement l'impact d'une catastrophe naturelle sur notre portefeuille, nous nous sommes focalisés sur l'étude des courbes de marché programme par programme.

Nous avons cherché à modéliser le Pay-Back, c'est-à-dire la hausse du coût de la réassurance, effectué par SCOR sur un programme lors de l'exercice suivant la survenance d'une catastrophe naturelle. Le but de cette partie a été d'observer l'impact d'une catastrophe naturelle sur les traités de type CAT XL. Nous avons cherché à savoir si le Pay-Back était plus important il y a une quinzaine d'années ou aujourd'hui et s'il variait en fonction de la localisation géographique de la catastrophe.

Dans un premier temps, nous avons regardé tous les programmes de type CAT XL ayant été impacté par une catastrophe naturelle et retrouvé dans notre portefeuille l'année suivante puis nous avons étudié l'évolution de nos niveaux de Rate On Line entre les deux exercices.

Dans un second temps, nous nous sommes focalisés sur les traités de plus de 3 tranches afin de construire nos courbes de Rate On Line et de pouvoir étudier plus en détail le changement dans la structure du programme.

A) Etude de tous les programmes CAT XL

Nous avons commencé par travailler à un niveau macro-économique afin d'avoir une vision globale de l'impact d'une catastrophe sur les traités de réassurance.

1- Présentation de la méthode

Nous avons sélectionné tous les traités CAT XL impactés par une catastrophe naturelle l'année N et qu'on retrouve dans notre portefeuille l'année N+1.

Nous avons obtenu un peu plus de 1000 données, sur la période 1997-2013.

i) Calcul du niveau de perte

Nous avons calculé, pour chacun des programmes impactés, un niveau de perte défini comme :

$$\text{Niveau de perte} = \frac{\text{Perte sur le programme} + \text{Rétention du programme}}{SUPI}$$

ii) Calcul du Rate On Line Impacté pour l'année de survenance

Nous avons calculé un Rate On Line appelé $RoL_{\text{impacté}}$, défini comme le Rate On Line calculé sur la partie du traité ayant subi des pertes.

Pour l'année d'occurrence de la catastrophe, cela revient à calculer le Rate On Line sur toutes les tranches ayant été impactées par la catastrophe.

En notant :

- $Prime_{impactée}$ la somme des primes sur les tranches ayant été impactées,
- $Portée_{impactée}$ la portée sur la partie du programme ayant été impactée

On calcule le Rate On Line Impacté par la formule :

$$RoL_{impacté} = \frac{Prime_{impactée}}{Portée_{impactée}}$$

iii) Calcul du Rate On Line Impacté pour l'année suivant la catastrophe

Pour l'année suivant la catastrophe, nous avons utilisé notre niveau de perte calculé précédemment et nous avons sélectionné toutes les tranches du programme de l'année suivant la catastrophe vérifiant :

$$\frac{Rétention_{année\ N+1}}{SUPI_{année\ N+1}} < Niveau\ de\ perte_{année\ N}$$

Puis comme précédemment, nous avons calculé le Rate On Line Impacté pour l'année suivant la catastrophe.

iv) Evolution du Rate On Line impacté

Ce calcul a été réalisé pour le traité aux années N et N+1. Nous avons ainsi pu évaluer l'évolution du Rate On Line Impacté entre l'année N et l'année N+1.

Evaluer l'évolution du Rate On Line Impacté nous permet d'évaluer l'évolution de la prime, à unité de risque constante.

2- Analyse des résultats

Cette méthode permet d'obtenir une vision agrégée de nos impacts, nous avons donc pu estimer le pourcentage de changement sur notre programme avant et après un impact en fonction de divers facteurs :

- Période
- Taille de la perte
- Type de péril
- Région impactée

a) Evolution de la prime en fonction de la taille de la perte

Nous avons commencé par vérifier une hypothèse macro-économique large : « Plus un traité est impacté par une catastrophe naturelle, plus l'évolution connue par ce traité sera importante l'année suivante ».

Nous avons tracé, ci-dessous, l'évolution de la prime en fonction de la taille du programme ayant été touché et nous avons constaté que plus la perte est faible, moins le traité change entre les deux exercices.

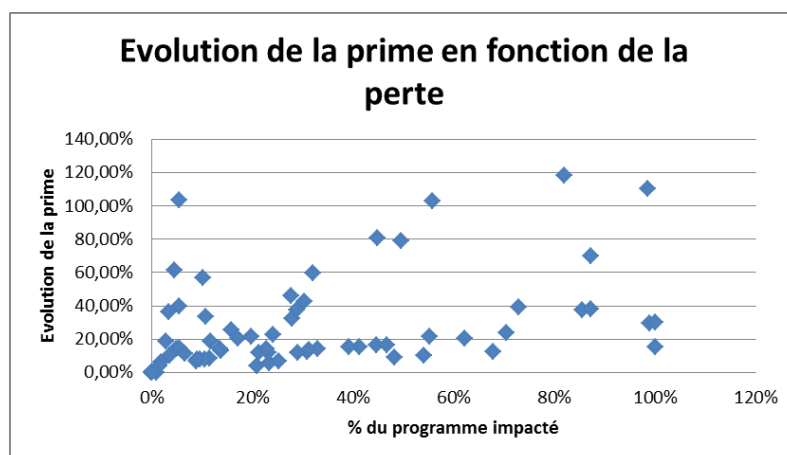


Figure 29 : Evolution de la prime en fonction de la perte

b) Changement sur le programme en fonction de la période

Nous avons ensuite voulu évaluer la variation du $RoL_{impacté}$ en fonction de la période de survenance de la catastrophe.

Nous avons découpé notre étude en 3 sous-périodes :

La période 1997-2002,

La période 2003-2007,

La période 2008-2012.

Le graphique ci-dessous illustre le pourcentage de changement du niveau de $RoL_{impacté}$ en fonction de la période. On constate que plus on avance dans le temps, moins les traités sont sensibles à une catastrophe.

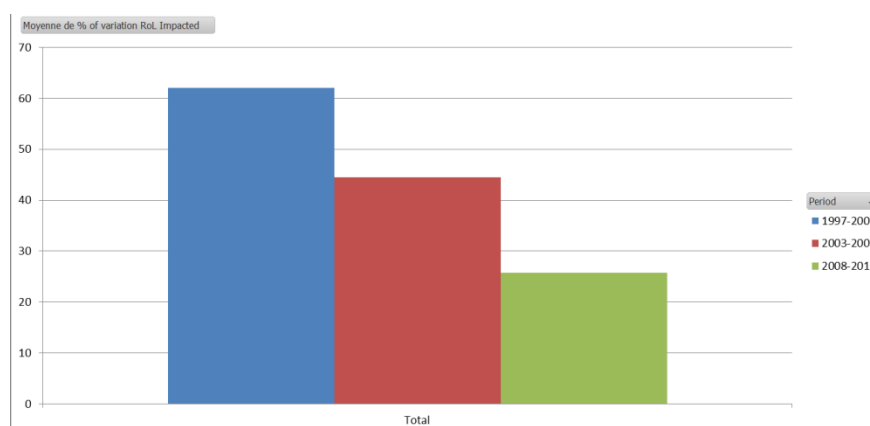


Figure 30 : Evolution du programme en fonction de la période

La diminution du Pay-Back dans le temps peut s'expliquer par la plus grande diversification opérée par les compagnies de réassurance, et notamment par SCOR, au cours du temps, ce qui permet de lisser l'impact d'une catastrophe dans une région donnée par l'absence de catastrophe dans une autre.

La hausse de la concurrence en termes d'offre de réassurance peut aussi être un facteur explicatif de la diminution du Pay-Back dans le temps.

Enfin, une meilleure connaissance de ses marchés par l'entreprise peut influencer l'impact des catastrophes.

Cette observation rejoint l'opinion de Jean-Jacques HENCHOZ, Swiss Re Chief Executive Officer Reinsurance Europe, Middle East and Africa (EMEA), selon qui « [...] à l'inverse de ce que nous connaissions il y a encore une quinzaine d'années, la réassurance n'évolue plus dans un concept de marché mou ou dur. Il n'existe plus de cycle mondial de réassurance, mais différents cycles selon les zones géographiques et les lignes de produits » [3].

c) Changement sur le programme en fonction du type de péril

Nous avons cherché à déterminer quel péril avait le plus d'impact sur nos traités de réassurance. Pour chaque impact sur un programme nous disposons de l'identifiant de l'évènement, nous avons ainsi pu réaliser un découpage des pertes par type de péril. Nous avons constaté que les tempêtes représentaient l'évènement modifiant le plus le coût de la couverture de réassurance, c'est pourquoi ces dernières seront étudiées plus en détail par la suite.

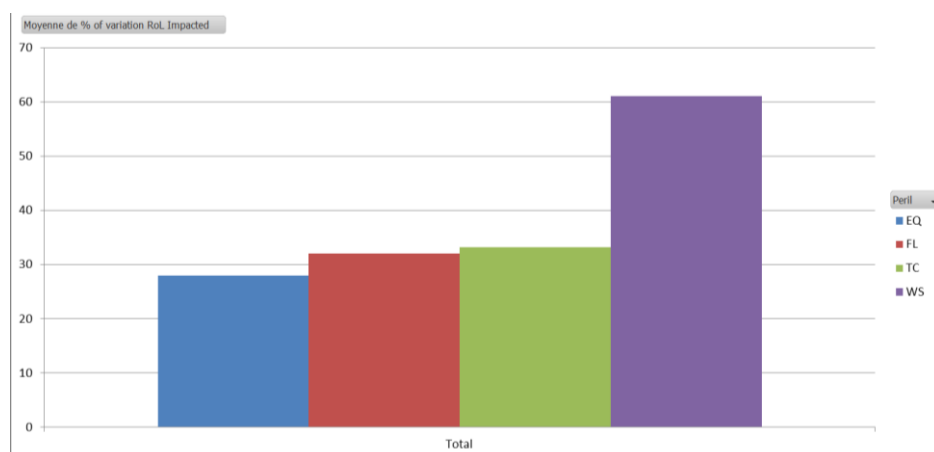


Figure 31 : Evolution du programme en fonction du type de péril

d) Evolution de la prime en fonction du niveau de tranche impacté

Nous avons voulu étudier l'évolution de la prime en fonction du niveau du Rate On Line. Disposant pour chaque programme ayant été touché par une catastrophe, de l'identifiant de la catastrophe et de toutes les informations concernant ce programme, nous avons pu calculer la somme des primes avant impact et après impact pour chaque EventID et ainsi obtenir l'évolution de la prime avant et après impact.

Comme nous disposions aussi d'informations concernant la portée avant impact, nous avons pu calculer, pour chaque EventID la somme des portées avant impact.

Ainsi, nous disposions pour chaque évènement de :

- La somme des primes avant impact
- La somme des portées avant impact

Nous avons donc pu calculer un Rate On Line moyen par EventID défini comme le ratio de la somme des primes et de la somme des portées.

Nous avons tracé, ci-dessous, l'évolution de la prime en fonction du Rate On Line moyen. Nous avons constaté que plus le RoL avant la catastrophe est petit, plus le réajustement de la prime est important l'année suivante, comme le montre le graphique ci-dessous.

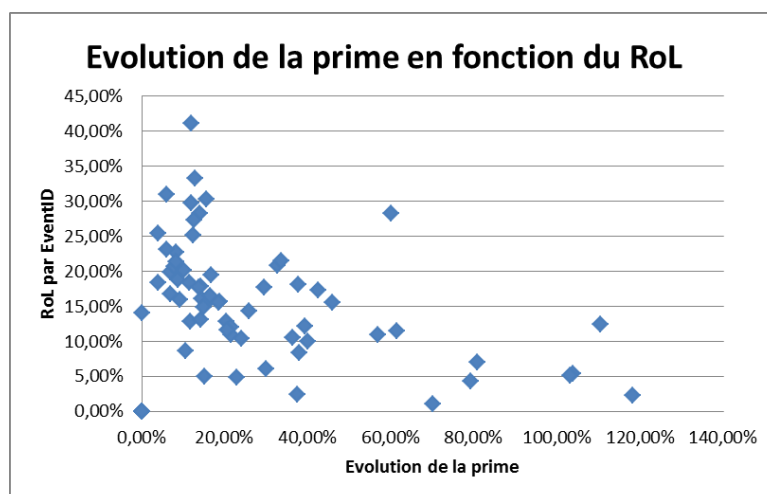


Figure 32 : Evolution de la prime en fonction de la hauteur de la tranche

Cela signifie que l'impact est plus important sur les tranches hautes.

En effet, le Rate On Line étant défini comme

$$RoL = \frac{\text{Prime de réassurance}}{\text{Portée}}$$

Avec la portée donnée par :

$$\text{Portée} = \text{Limite de la tranche} - \text{Rétention}_{\text{du programme}}$$

On constate bien que plus une tranche est haute, plus la portée sera grande et donc plus le Rate On Line sera petit.

B) Etude des programmes CAT XL de plus de trois tranches

Nous nous sommes ensuite restreints au cadre des traités de plus de 3 tranches afin d'étudier plus en détail les évolutions dans la structure d'un programme après une catastrophe. Cette méthode, plus fine, nous a permis de nous focaliser sur l'étude de certains évènements spécifiques.

1- Présentation de la méthode

Nous avons cherché tous les programmes de type CAT XL, de plus de 3 tranches, ayant été impactés une année donnée par une catastrophe naturelle et que nous retrouvons dans notre portefeuille l'année suivante.

Nous avons obtenu un jeu de plus de 570 données sur la période 1997-2013.

Nous avons alors regardé comment le coût d'un programme évolue d'une année sur l'autre après la survenance d'une catastrophe. Outre le coût du programme, nous nous sommes aussi intéressés à l'évolution de sa structure, en regardant si la rétention ou la limite avaient changé.

Méthode utilisée :

Nous avons commencé par sélectionner tous les programmes CatXL de plus de trois tranches impactés par une catastrophe.

- i) Nous avons calculé l'équation de la courbe de marché pour ce programme avant la catastrophe, de la forme $RoL = a \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^b$
- ii) Nous avons calculé l'équation de la courbe de marché pour ce programme après la catastrophe, de la forme $RoL = a' \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI}\right)^{b'}$
- iii) Nous avons tracé nos deux courbes ainsi que le niveau de perte, et les bornes du programme (rétention et limite)
- iv) Nous avons calculé l'Aire entre notre courbe après et avant pour obtenir un pourcentage d'évolution de nos courbes

Exemple illustratif de la méthode :

- i) Sélection d'un programme

Nous avons ici l'exemple d'un programme CatXL de 4 tranches, impacté en 2011 par une catastrophe naturelle sur ces 3 premières tranches (la ligne violette représente le niveau de tranche impacté).

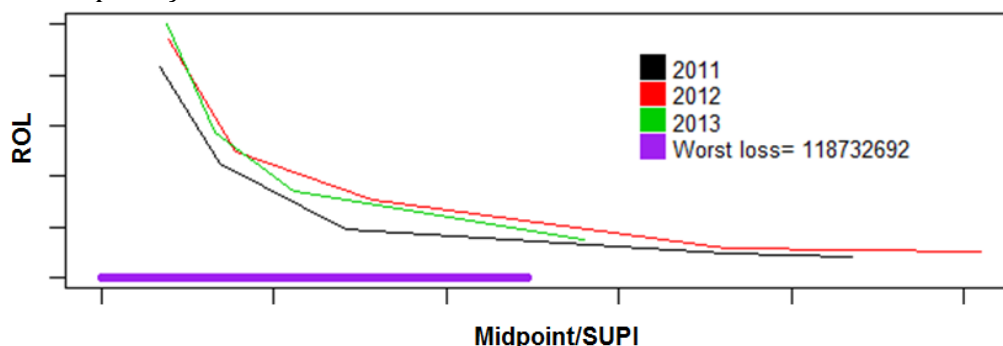


Figure 33 : Exemple illustratif, RoL en fonction du MidPoint/SUPI avant (noir), un an après (rouge) et deux ans après (vert) une catastrophe

ii) Ajustement d'une courbe aux points de notre programme avant impact

On réalise une régression linéaire sur les points de notre programme avant l'impact pour obtenir notre courbe d'ajustement.

On constate que l'ajustement est très bon, notre R^2 est supérieur à 0,98 :

```
Call:
lm(formula = Z ~ U)

Residuals:
    1      2      3      4      5 
0.03712 0.04420 -0.16109 0.02918 0.05059 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -3.18850     0.04979  -64.04 8.39e-06 ***
U            -0.90229     0.04843  -18.63 0.000337 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1044 on 3 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9914,    Adjusted R-squared:  0.9886 
F-statistic: 347.2 on 1 and 3 DF,  p-value: 0.0003374
```

Table 5 : Qualité d'ajustement de notre courbe sur les points du programme avant

On obtient une équation de notre courbe pour le programme avant l'impact donnée par :

$$RoL = 0,0412 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI} \right)^{-0,9023}$$

iii) Ajustement d'une courbe aux points de notre programme après impact

On réalise une régression linéaire sur les points de notre programme après l'impact pour obtenir notre courbe d'ajustement.

On constate que l'ajustement est très bon, notre R^2 est supérieur à 0,99 :

```
Call:
lm(formula = Z1 ~ U1)

Residuals:
    1      2      3      4      5 
-0.01580 -0.02858  0.10974 -0.10259  0.03723 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.89014     0.04231  -68.31 6.91e-06 ***
U1           -0.89429     0.04301  -20.79 0.000243 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.09133 on 3 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9931,    Adjusted R-squared:  0.9908 
F-statistic: 432.3 on 1 and 3 DF,  p-value: 0.0002433
```

Table 6 : Qualité d'ajustement de notre courbe sur les points du programme après

On obtient une équation de notre courbe pour le programme après l'impact donnée par :

$$RoL = 0,0556 \times \left(\frac{MidPoint}{SUPI} \right)^{-0,8943}$$

iv) Tracé de la courbe, calcul des bornes du programme et du niveau de perte

Nous avons ensuite calculé les « bornes du programme », définies comme l'intervalle de la rétention et la limite maximale. Pour les comparer à nos courbes de Rate On Line, nous avons divisé notre rétention et notre limite maximale par notre SUPI. Nous avons réalisé la même opération pour le niveau des pertes.

Nous obtenons alors un graphique de la forme :

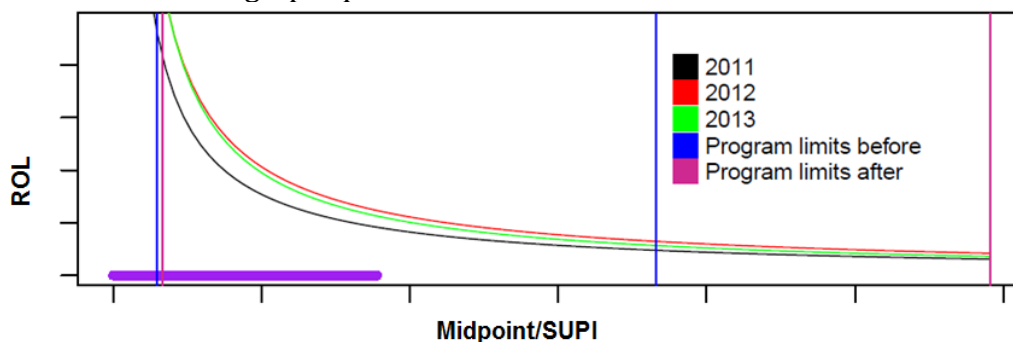


Figure 34 : Exemple illustratif, courbe d'ajustement avant (noir), un an après (rouge) et deux ans après (vert) avec bornes du programme avant (bleu) et après (rose)

Nous avons en noir la courbe d'ajustement du programme avant la catastrophe, en rouge nous avons la courbe d'ajustement du programme après la catastrophe.

La bande violette indique la « taille » de la perte, c'est-à-dire jusqu'à quel niveau le programme a été traversé par la catastrophe.

En bleu nous avons le niveau de rétention et de limite du programme avant la catastrophe et en rose nous avons les mêmes niveaux après.

v) Calcul de l'Aire entre nos deux courbes

Nous avons alors calculé l'Aire entre la courbe après l'impact et avant l'impact, ce qui nous a permis d'avoir une idée de l'évolution du Rate On Line à niveau de « risque » égal.

Nous avons effectué le calcul de l'Aire sur trois zones différentes :

Zone 1 : Sur les bornes du programme avant impact pour évaluer l'évolution du programme dans son ensemble

Zone 2 : Sur la partie du programme ayant été impactée

Zone 3 : Sur la partie du programme étant resté la même avant et après l'impact.

Le graphique ci-dessous résume l'étendu de nos trois zones d'étude :

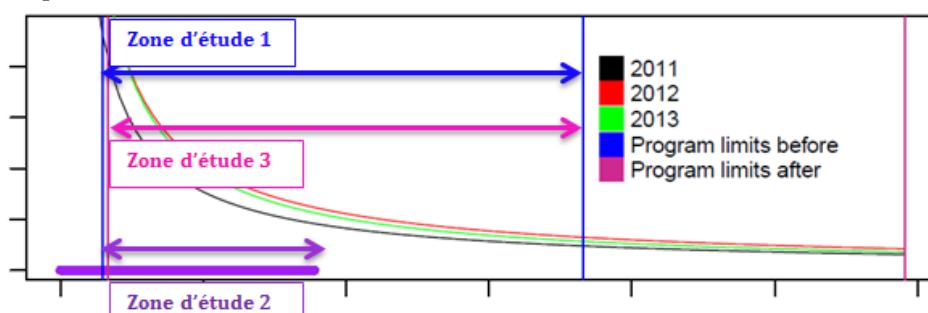


Figure 35 : Illustration des zones d'étude

Notre courbe a comme équation $f(x) = bx^a$, l'aire sous la courbe se calcule comme l'intégrale de notre fonction.

$$\text{Aire} = \int_{x_1}^{x_2} bx^a dx$$

$$\text{Aire} = \frac{b}{a+1} \times (x_2^{a+1} - x_1^{a+1})$$

Dans le cas de l'étude sur la zone 1 :

x_1 : Niveau de rétention du programme avant impact

x_2 : Niveau de limite du programme avant impact

Dans le cas de l'étude sur la zone 2 :

x_1 : Niveau de rétention du programme avant impact

x_2 : Niveau de perte du programme

Dans le cas de l'étude sur la zone 3 :

x_1 : Max(niveau de rétention du programme avant impact, niveau de rétention après)

x_2 : Min(niveau de limite du programme avant impact, niveau de limite après)

L'aire entre nos deux courbes est ainsi donnée par :

$$\text{Aire}_{Diff} = \frac{b}{a+1} \times (x_2^{a+1} - x_1^{a+1}) - \frac{b'}{a'+1} \times (x_2'^{a'+1} - x_1'^{a'+1})$$

2- Analyse des résultats

a. Différence d'évolution entre la partie impactée et la totalité du programme

Nous avons comparé l'évolution de notre programme sur la partie ayant été touchée par une catastrophe avec la totalité du programme. Nous avons observé, qu'en moyenne, l'évolution du coût d'un programme après une catastrophe naturelle est de 17 % si on regarde le programme en entier et qu'elle est de plus de 22 % si on ne s'intéresse qu'à la partie du programme ayant été touchée par la catastrophe.

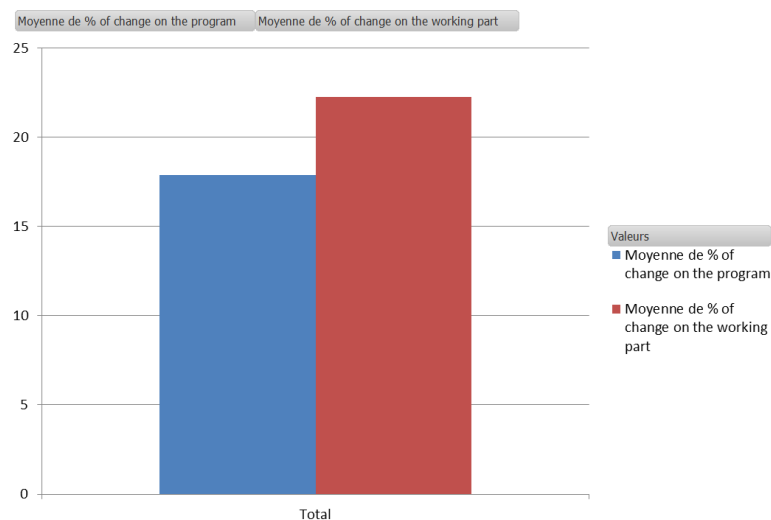


Figure 36 : Pourcentage de changement sur la totalité du programme (bleu) et sur la partie impactée (rouge)

b. Evolution de la structure du programme de réassurance

Après avoir regardé l'évolution du coût de la réassurance, nous avons étudié l'évolution de la structure des programmes. Nous avons, cette fois ci, non plus regardé de combien évoluait le coût relatif de chaque tranche après un impact mais comment SCOR modifie sa politique de souscription lorsqu'une catastrophe a eu lieu.

Pour cela, nous avons regardé l'évolution des rétentions et des limites sur nos programmes avant et après impact. On observe une hausse des limites et des rétentions après une catastrophe. Nous avons comparé ces évolutions en fonction de la région ayant été impactée par une catastrophe naturelle.

	% de changement des Limites	% de changement des Rétentions
Global	8 %	15 %
Europe	0,44 %	4,5 %
Amérique du Nord	11 %	21 %

Tableau 10 : Comparaison des changements par zone géographique

On constate, d'après le tableau précédent, que le changement dans la structure des programmes de réassurance est plus important en Amérique du Nord qu'en Europe. Cette différence peut être expliquée par une plus récente implication de SCOR sur le marché Nord-Américain et donc des ajustements post-catastrophes plus importants que sur des marchés où les connaissances historiques sont plus importantes.

Une hausse de la rétention signifie que la part minimale à la charge de l'assureur augmente. Le réassureur n'interviendra l'année suivant la catastrophe qu'à partir d'un niveau de perte plus élevé.

Une hausse de la limite, qui reste toutefois moins importante que la hausse de la rétention, peut s'expliquer par la création d'une nouvelle tranche. De plus, nous avons constaté que plus le niveau du programme impacté est important, plus la limite augmente :

Niveau de la perte en % du programme	% de changement des Limites
Inférieur à 50 %	6 %
Supérieur à 50 %	16 %

Tableau 11 : Evolution des limites en fonction de la perte

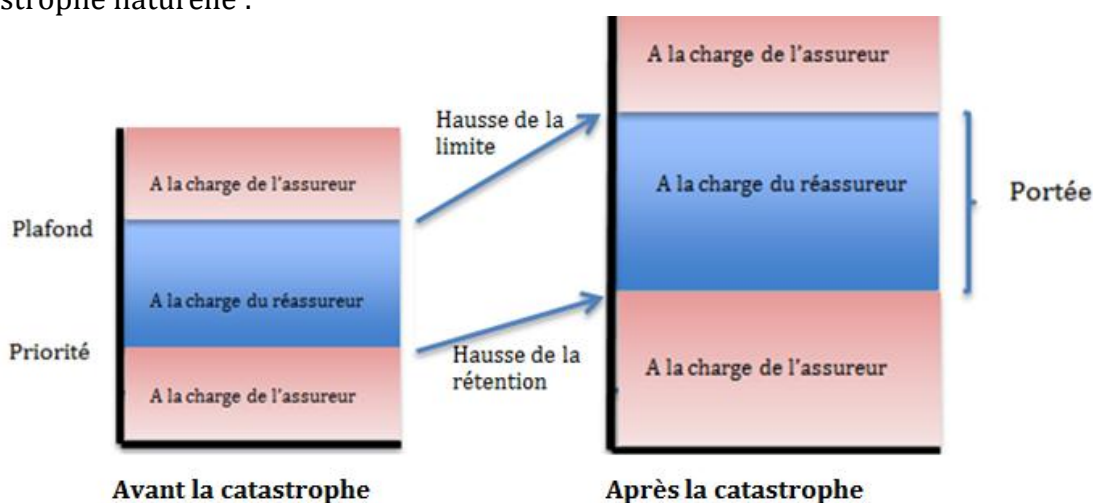
Elle passe d'une hausse moyenne de 8 %, quand on regarde tous les programmes, à une hausse de 16 %, lorsqu'on regarde les programmes ayant été touchés à plus de 50 % par une catastrophe.

Ce niveau de différence n'est pas aussi marqué lorsqu'on s'intéresse à l'évolution des rétentions. On en conclut que la rétention augmente presque indépendamment du niveau auquel le programme a été touché, contrairement à la limite qui augmente proportionnellement à la taille de l'impact sur le programme.

De plus, la hausse des rétentions est un phénomène qui s'observe indépendamment de la survenance d'une catastrophe naturelle : « Les cédantes ont significativement remonté leur niveau de rétention ces dernières années. Aujourd'hui, nous notons une augmentation de la demande tant sur le haut des programmes que pour protéger l'accumulation de rétentions dans le bas des programmes », selon Emmanuel Clarke, directeur général de PartnerRe Global [3].

La hausse de la rétention semble être une demande émanant du réassureur alors que la hausse de la limite semblerait plutôt être une demande venant de l'assureur, qui souhaite augmenter sa couverture sur les tranches hautes.

Le graphique ci-dessous illustre l'évolution de notre programme avant et après une catastrophe naturelle :



c. Focus sur les tempêtes Européennes

Comme nous l'avons vu précédemment, les tempêtes européennes représentent une part très importante du portefeuille de SCOR, particulièrement à Paris.

De plus, nous avons constaté que les tempêtes étaient le type de catastrophe naturelle engendrant le Pay-Back le plus important, c'est pourquoi nous nous sommes focalisés sur l'étude de leurs impacts sur le coût de la réassurance.

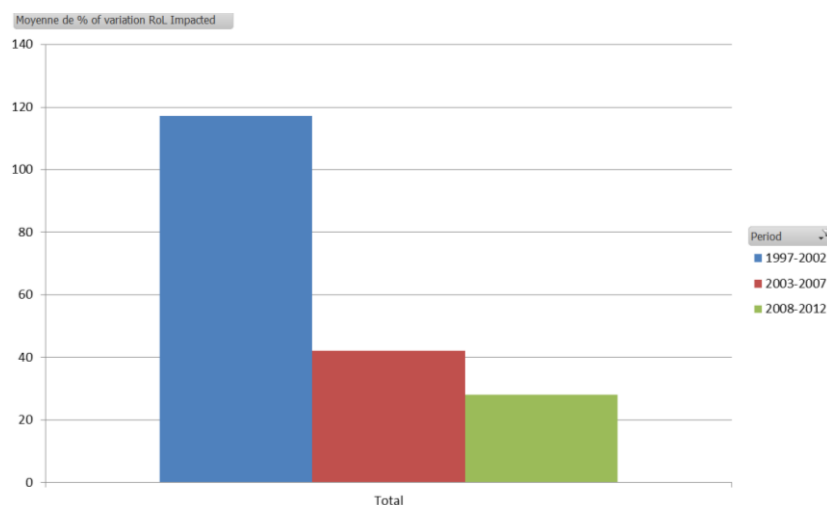


Figure 37 : Evolution des programmes touchés par une tempête européenne par période

On constate un Pay-Back de moins en moins important au cours du temps. Cela rejoint l'hypothèse générale énoncée dans la partie précédente qui peut s'expliquer par une diversification des zones géographiques couvertes par l'entreprise, ou par une hausse de la concurrence, ou encore par une meilleure connaissance du marché par SCOR. On retrouve bien l'effet d'Anatol, Lothar et Martin sur la période 1997-2002, ce qui explique l'important changement dans le coût de la protection.

Nous avons tracé, ci-dessous, l'évolution du changement sur le programme après une catastrophe en fonction du niveau de RoL ayant été impacté.

On constate, en regardant de manière générale les tempêtes européennes sur la période entière 1997-2013, que plus le niveau de tranche est petit, plus le changement est important. C'est-à-dire que l'impact est plus important sur les tranches hautes.

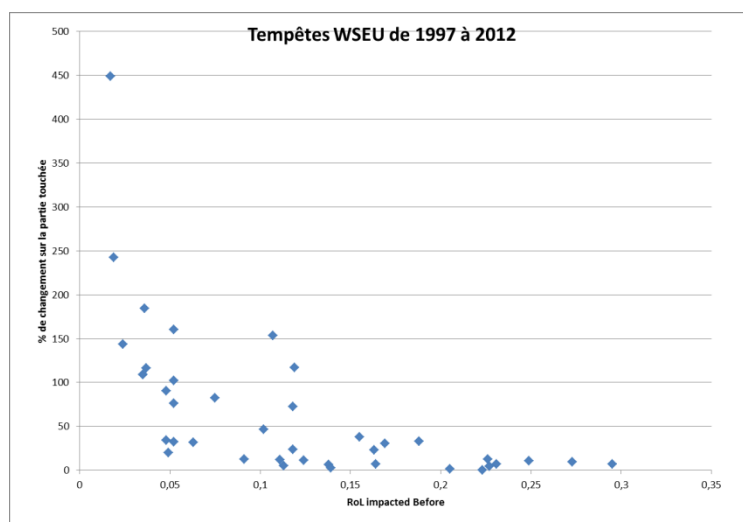


Figure 38 : Evolution du programme après une tempête

On constate, qu'après une catastrophe naturelle, on assiste à un changement moyen de 60 % environ sur la partie du programme ayant été impactée.

Si on s'intéresse à une étude période par période, on constate que sur la période 1997-2002 le changement moyen est d'environ 120 %, qu'il est de 40 % sur la période 2003-2007 et enfin, de 25 % sur la période 2008-2013.

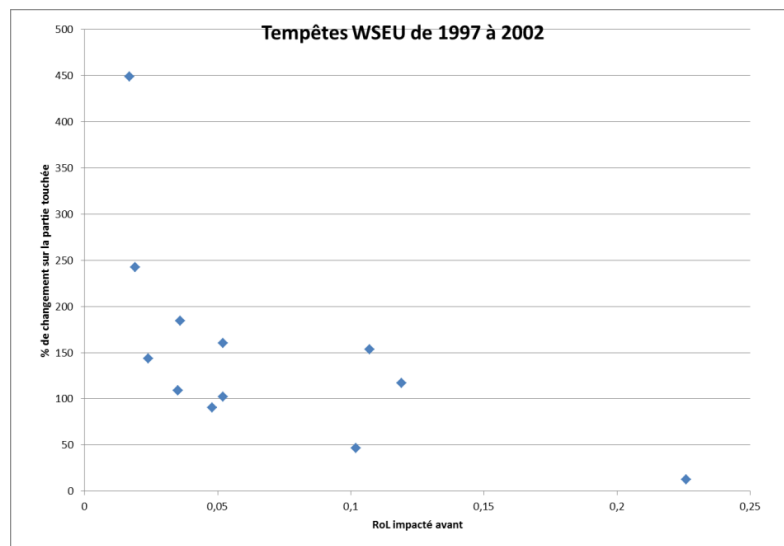


Figure 39 : Evolution du programme après une tempête sur la période 1997-2002

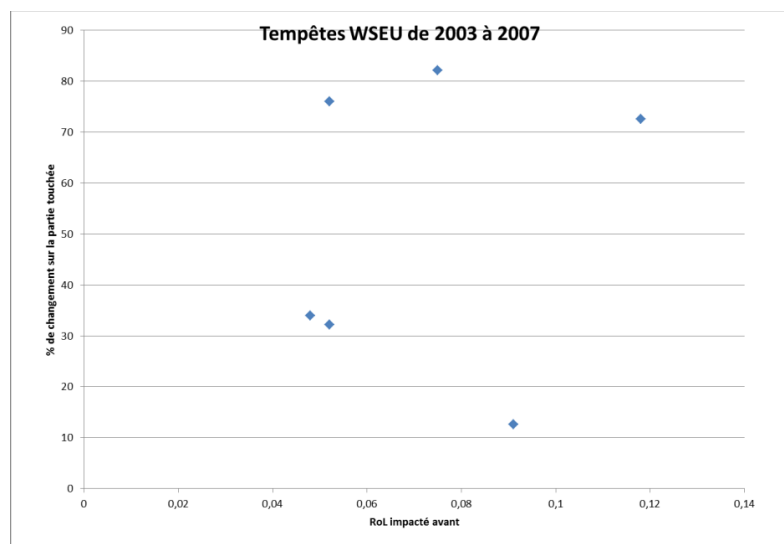


Figure 40 : Evolution du programme après une tempête sur la période 2003-2007

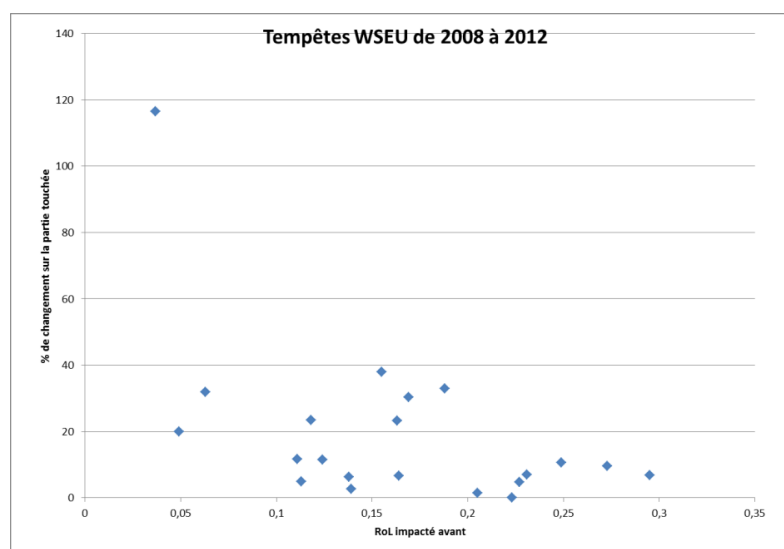


Figure 41 : Evolution du programme après une tempête sur la période 2008-2012

Pour valider notre hypothèse selon laquelle le Pay-Back était bien plus important avant 2002 qu'il ne l'ait maintenant, nous avons comparé l'impact de Lothar et de Xynthia.

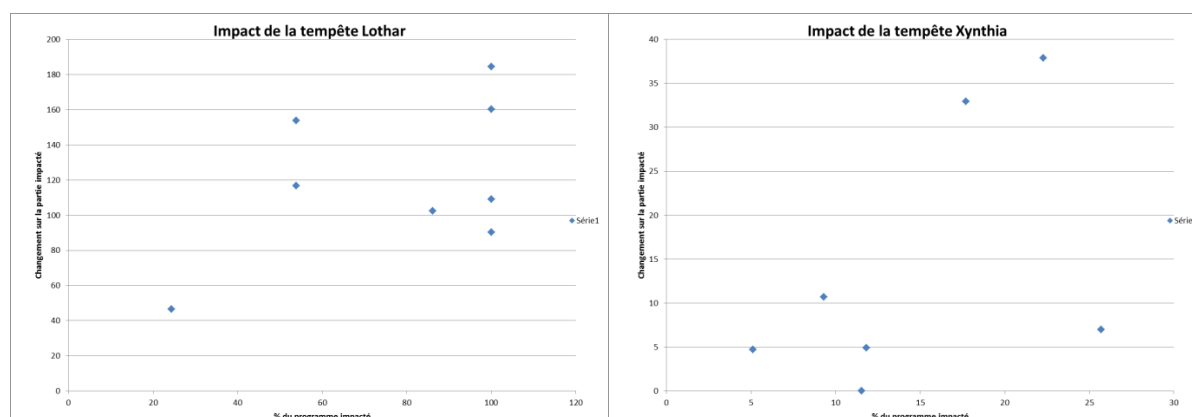


Figure 42 : Impact des tempêtes européennes Lothar (gauche) et Xynthia (droite)

On observe qu'en moyenne, lorsqu'un programme a été touché par Lothar, c'est plus de 60 % du programme qui a été touché alors que pour Xynthia ce n'est que 15 % des programmes en moyenne.

Pour comparer l'impact de ces deux événements, il nous faut nous placer à une même échelle, nous avons donc regardé l'influence d'«une unité d'impact» sur le programme (c'est-à-dire que nous avons divisé notre changement moyen par le % du programme ayant été touché).

- Pour Lothar, on constate que 1 % du programme touché correspond à une hausse de 1,78 % du coût du programme l'année suivante.
- Pour Xynthia, on constate que 1 % du programme touché correspond à une hausse de 0,55 % du coût du programme l'année suivante.

Dans un dernier temps, nous avons voulu estimer « le temps de récupération » du Pay-Back effectué par SCOR après Lothar et Xynthia.

Nous avons constaté que dans le cas de Lothar, un Pay-Back a été appliqué sur les conditions du traité l'année suivant la survenance de l'évènement ainsi que l'année encore après et qu'il aura fallu en moyenne 4 ans pour que les conditions commencent à se desserrer. Pour Xynthia, on constate que dès la deuxième année, les effets de la catastrophe ne se reflétaient plus dans la tarification.

Les deux graphiques ci-dessous illustrent cette tendance observable sur plusieurs programmes.

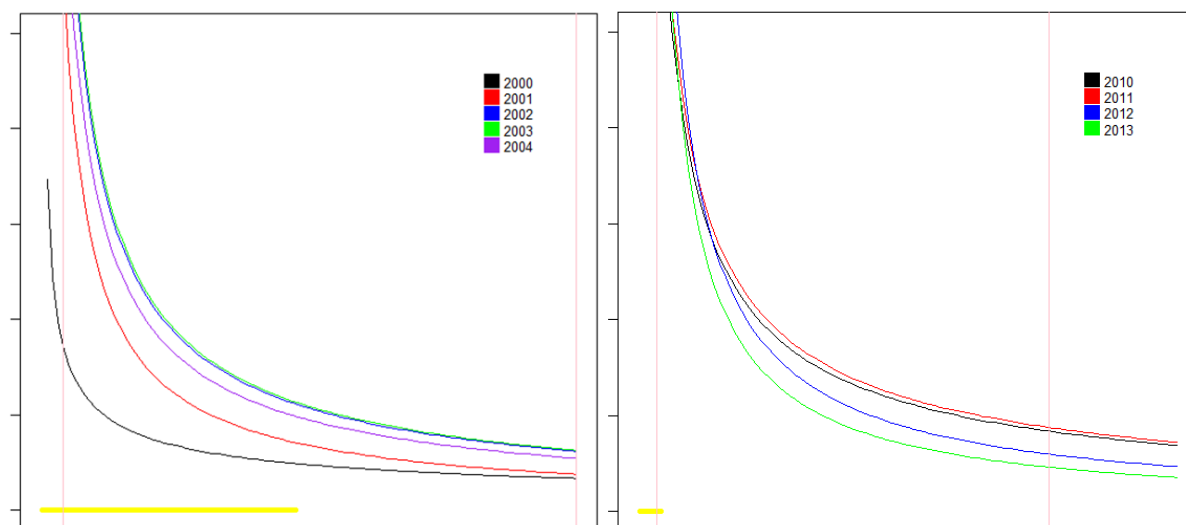


Figure 43 : Courbes Rate On Line Lothar (gauche) et Xynthia (droite)

Remarque : Pour Lothar, nous avons étudié l'impact de la catastrophe en comparant les traités de l'année 2000 à ceux des années suivantes bien que la catastrophe ait eu lieu en 1999. En effet, la tempête se déclara fin décembre, or les traités prenant effet au 1 janvier, les conditions tarifaires n'ont pas pu être modifiées après la survenance de la catastrophe pour les traités de 2000.

C) Limites de notre étude

Le tableau ci-dessous résume les avantages et inconvénients de notre étude.

	Avantages	Inconvénients
Méthode 1, sur tous les programmes Cat XL	- Grand jeu de données - Ne nécessite pas l'utilisation d'estimations statistiques	- Ne permet pas une analyse de la structure du programme dans le détail
Méthode 2, sur les programmes Cat XL de plus de trois tranches	- Permet une analyse fine programme par programme	- Moins de données, robustesse statistique moins bonne - Ajustement linéaire sur des nuages de 3-4 points

5.6 Utilisation de l'étude lors des renouvellements futurs

Les résultats fournis par cette étude pourront être utilisés lors des prochains renouvellements pour comparer le pay-back réellement effectué par SCOR à celui auquel on aurait pu s'attendre vue l'étude menée. En effet, si une cédante a été touchée par une catastrophe naturelle cette année et qu'elle désire re-souscrire une couverture Cat pour l'année 2014, les équipes en charge de la souscription et de la tarification fixeront de nouvelles conditions sur le programme proposé à la cédante, que cette dernière sera libre d'accepter ou de refuser. En comparant l'évolution de la structure et la variation du coût du programme entre l'année 2013 et 2014 à nos résultats énoncés précédemment, nous pourrions être en mesure de détecter si l'évolution des pay-back est bien en accord avec nos sorties.

Enfin, ces informations serviront d'une base historique par cédante aux équipes en charge de la souscription, et leur permettront ainsi de disposer d'informations supplémentaires lors des négociations tarifaires.

Conclusion Générale

En étudiant l'évolution du portefeuille SCOR au cours de ces dernières années, à l'aide d'une méthode d'indexation rendant possible une comparaison temporelle des pertes et des primes, nous avons pu mettre en évidence différentes évolutions structurelles.

Nous avons constaté qu'après la survenance d'une catastrophe naturelle, le coût et la structure des traités de réassurance évoluaient mais avec un impact qui a tendance à s'atténuer au cours du temps. La diminution de l'impact au cours du temps peut s'expliquer par une diversification géographique des activités de l'entreprise. En effet, les conséquences d'une catastrophe dans une zone géographique donnée sont atténuées par l'absence de catastrophe dans une autre zone. De plus, la concurrence entre les différents acteurs du marché rend une hausse des prix plus difficile à effectuer pour les réassureurs qui cherchent à rester attractifs. Enfin, la meilleure connaissance des marchés et de leur réactivité après un événement catastrophique permet de mieux maîtriser la fluctuation des coûts de la réassurance.

Il a été observé que l'impact sur le coût des traités était plus important sur le marché Nord-Américain qu'Européen. Cette différence peut s'expliquer par une plus récente intégration de SCOR sur le marché Nord-Américain, avec une connaissance de ce dernier plus faible que celle du marché Européen.

Si on s'intéresse à l'évolution de la structure du programme et non plus simplement au coût de ce dernier, on constate une hausse des rétentions et des limites après la survenance d'une catastrophe naturelle. Nous avons observé que la hausse de la limite semble être fortement corrélée avec la taille de la perte alors que ce lien n'est pas aussi marqué pour la rétention. La hausse de la rétention semble être une demande émanant du réassureur qui souhaite se désengager des premières tranches alors que la hausse de la limite semble venir de l'assureur qui désire augmenter le niveau de sa protection.

L'étude réalisée pourra servir, lors de prochains renouvellements, à comparer le Pay-Back réellement effectué après une catastrophe naturelle et celui renvoyé par notre modèle prédictif. Si ces deux résultats sont trop différents, une étude plus poussée sur les tarifs proposés pourra alors avoir lieu. De plus, ce modèle prédictif pourra servir de justification lors des négociations tarifaires avec les cédantes.

Enfin, la base de données et les méthodes d'indexations développées lors de l'étude devront être implémentées dans les logiciels internes de l'entreprise afin d'automatiser la saisie de nouvelles catastrophes naturelles et des nouvelles données de portefeuille. Cette automatisation permettra de mieux suivre l'évolution de la structure de l'entreprise au cours du temps. Enfin, cette base de données permettra de valider l'utilisation des modèles internes à l'aide de comparaisons historiques.

Bibliographie

- [1] ANDRIANTAVY C. (2008), Tempêtes : prise en compte de la dépendance spatiale avec la théorie des copules. Mémoire d'actuariat de Dauphine
- [2] AON Benfield www.services.aon.fr/jahia/webdav/site/jdm/shared
- [3] Argus de l'assurance, 6 septembre 2013.
- [4] BARTHEL F. et NEUMAYE E. (2010), A trend analysis of normalized insured damage from natural disasters.
- [5] BOUIGEON Tatiana (2010), Calcul de distributions de pertes type catastrophes naturelles et tarification de traits de réassurance. Stage d'application, ENSAE
- [6] Center of Research on the Epidemiology of Disasters (CRED) www.emdat.be/database
- [7] LAFOND M. (2002), Modélisation de courbes Rate On Line. Mémoire d'actuariat de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg
- [8] FFSA www.ffsa.fr
- [9] Fondation Unit <http://www.unit.eu>
- [10] FMI <http://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2013/01/weodata/index.aspx>
- [11] GUY CARPENTER www.guycarp.com
- [12] INSURANCE EUROPE www.insuranceeurope.eu
- [13] PIELKE, Roger A. Jr. and Christopher W. LANDSEA, (1998), Normalized Hurricane Damages in the United States: 1925-1995. Weather and Forecasting, Sept. 1998, pp. 621-631.
- [14] PIELKE, Roger A. Jr., Christopher W. LANDSEA, Rade T. MUSULIN et Mary DOWNTON (1999), Evaluation of Catastrophe Models using a Normalized Historical Record. Journal of Insurance Regulation, 18(2), pp. 177-194.
- [15] PIELKE, Roger A. Jr., Jose RUBIERA, Christopher LANDSEA, Mario L. FERNANDEZ et Roberta KLEIN (2003) Hurricane Vulnerability in Latin America and The Caribbean: Normalized Damages and Loss Potentials. Natural Hazards Review, 4(3), pp. 101-114.
- [16] PIELKE, R. A., Jr., GRATZ, J., LANDSEA, C. W., COLLIN, D., SAUNDER, M. A., et MUSULIN, R., (2008), Normalized hurricane damages in the United States: 1900–2005. Natural Hazards Review, 9(1), pp. 29-42.

- [17] RENOU R,(2012), Etudes de validation des modèles de catastrophes naturelles. Rapport de stage, Université Paris DIDEROT
- [18] SIBILLEAU, Master recherche SAF, ISFA <http://sibilleau.com/download/reass.pdf>
- [19] SCOR www.scor.com
- [20] SWISS RE, Sigma Reports www.swissre.com/sigma
- [21] Property Claims Services (PCS) www.iso.com/Products/Property-Claim-Services/Property-Claim-Services-PCS-info-on-losses-from-catastrophes.html
- [22] VRANES, Kevin and Roger PIELKE Jr., (2009), Normalized Earthquake Damage and Fatalities in the United States: 1900-2005. Natural Hazards Review, 10(3), pp.84-101.
- [23] WORLD BANK <http://data.worldbank.org/>

ANNEXES

Annexe 1 : Lexique

Catastrophe naturelle : Ce sont des événements naturels rares d'une très forte intensité et d'une faible fréquence. Ces événements sont généralement très destructeurs et ont un fort impact économique, humain et environnemental.

Cédante : Société ou mutuelle d'assurance ou institution de prévoyance qui cède au réassureur une partie des risques qu'elle a souscrits.

Évènement : Agrégation de plusieurs sinistres qui ont une origine aléatoire commune et qui affectent, soit un même assuré au titre de plusieurs polices, soit une pluralité d'assurés.

Loss Ratio : Pertes subies exprimées en pourcentage des primes acquises.

Probabilité d'occurrence : La probabilité d'occurrence d'une catastrophe naturelle est la possibilité qu'un événement d'une forte intensité ait lieu.

Probabiliste / stochastique : Ce sont des événements irréels, simulés sur la base de variables aléatoires et grâce à la prise en compte des variables de différents événements historiques.

Portefeuille de réassurance : Ensemble des affaires de réassurance en cours (Traités et Facultatifs) souscrites et gérées par une compagnie.

Risque : « Le risque inclut une double dimension : celle des aléas et celle des pertes, toutes deux probabilisées. Un risque se compose donc de la probabilité d'occurrence d'un événement et de la gravité des effets de cet événement » [17]

Rate On Line : Rapport de la prime de réassurance au montant de la garantie achetée.

Pay-Back : Conditions appliquées après une perte pour en compenser le coût.

Subject Premium : Prime d'assurance à laquelle le taux de prime de réassurance est appliqué pour produire la prime de réassurance

Zones Cresta : Zones géographiques à risque, recouvrant l'ensemble des terres de la planète, et servant de bases dans les négociations de la réassurance et les analyses de portefeuille. Ces zones ont été définies par le programme CRESTA (Catastrophe Risk Evaluation and Standardizing Target Accumulation).

Annexe 2 : Liste des abréviations

CAT-NAT : Catastrophes naturelles

LOB : Line of Business (secteur d'activité)

NORMA : Non-life Operational Risk Model Aggregation

PML : Probable Maximum Loss. Perte la plus importante pouvant être imputée aux réassureurs en cas de catastrophe naturelle.

ROL : Rate On Line

RMS : Risk Management Solutions, un modélisateur de catastrophe naturelle

SUPI : Subject Premium (Prime sous-jacent au traité)

Annexe 3 : Tarification d'un traité de réassurance suivant la méthode Poisson-Pareto

Pour déterminer la valeur de la prime d'une tranche d'un traité XS, il est nécessaire de déterminer :

La valeur espérée du montant d'un sinistre dans la tranche, c'est-à-dire l'espérance d'un sinistre

L'espérance du nombre de sinistre durant une année, c'est-à-dire la fréquence.

On note :

N : la variable aléatoire du nombre de sinistre,

X_i : la variable aléatoire du montant du sinistre i ,

L : la limite de la tranche,

P : la portée de la tranche,

P_i : la priorité de la tranche,

Y_i : la perte sur la tranche du sinistre i ,

S_N : la perte totale sur la tranche.

On a :

$X_i \sim X \sim \text{Pareto}(a, b)$

$N \sim \text{Poisson}(\gamma)$ et X_i indépendant de N , pour tout i

$Y_i = (X_i - P)1_{P < X_i \leq L} + P_i 1_{L < X_i}$, en effet si la perte de l'évènement est inférieure à la portée alors la perte sur la tranche sera nulle. De plus, elle ne pourra jamais dépasser la priorité.

$$S_N = \sum_{i=1}^N Y_i$$

$$P_i = L - P$$

L'espérance de S_N correspond au montant total des pertes espérées sur la tranche, ce qui est égale à la prime pure.

Nous rappelons ici les principales informations concernant la loi de Pareto, de paramètres a et b :

La densité est donnée par : $f(x) = \frac{ab^a}{x^{a+1}}$

La fonction de répartition est donnée par : $F(x) = 1 - \left(\frac{b}{x}\right)^a$

L'espérance est donnée par : $E(x) = \frac{ab}{a-1}$, pour $a > 1$

La variance est donnée par : $Var(x) = \frac{ab^2}{(a-1)^2(a-2)}$, pour $a > 2$

Pour calculer l'espérance de S_N , on conditionne par rapport à N :

$$E[S_N] = E[E[S_N|N]]$$

Puis on utilise le fait que :

$$E[E[S_N|N = n]] = E[\sum_{i=1}^N Y_i | N = n] = E[\sum_{i=1}^n Y_i] = nE[Y_1], \text{ car les } (Y_i)_{i>0} \text{ sont iid.}$$

On en déduit alors que :

$$E[S_N] = E[N]E[Y_1]$$

Or, comme $N \sim \text{Poisson}(\gamma)$, on a $E[N] = \gamma$

$$\text{Et, } E[Y_1] = E[(X - P)1_{P < X \leq L} + P1_{L < X}]$$

Puis, en écrivant $P_i = L - P$, on a : $E[Y_1] = E[X1_{P < X \leq L}] + L \times P(X > L) - P \times P(X > P)$

Comme $X \sim \text{Pareto}(a, b)$, on sait que :

$$P(X > L) = \left(\frac{b}{L}\right)^a$$

$$P(X > P) = \left(\frac{b}{P}\right)^a$$

$$E[X1_{P < X \leq L}] = \int_P^L x dF_X(x) = \int_P^L x \frac{ab^a}{x^{a+1}} = \begin{cases} a \times \frac{b^a}{1-a} (L^{1-a} - P^{1-a}), \text{ si } a \neq 1 \\ b \times \ln\left(\frac{L}{P}\right), \text{ si } a = 1 \end{cases}$$

On obtient alors :

$$E[S_N] = \begin{cases} \gamma \times a \times \frac{b^a}{1-a} (L^{1-a} - P^{1-a}), \text{ si } a \neq 1 \\ \gamma \times b \times \ln\left(\frac{L}{P}\right), \text{ si } a = 1 \end{cases}$$

Annexe 4 : Calcul des coefficient d'ajustement par la méthode des moindres carrés

Soit une nuage de n points notés P_i de coordonnées (x_i, y_i) .

Nous cherchons à établir l'équation de la droite d'ajustement des moindres carrés donnée par $y = a \times x + b$.

Il s'agit donc de déterminer les coefficients a et b vérifiant que la somme des carrés des distances verticales depuis les points P_i jusqu'à la droite y soit minimale :

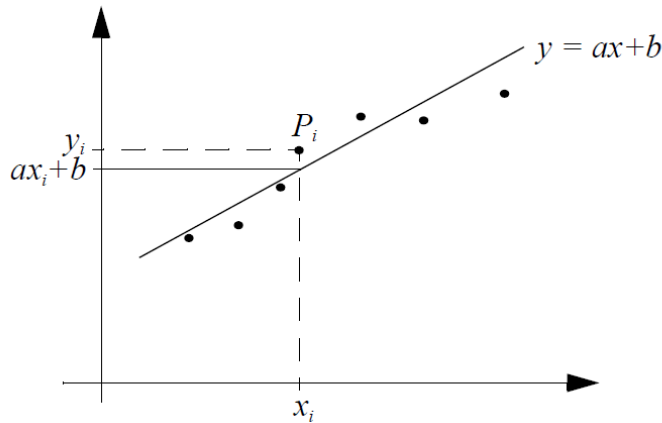


Figure 44 : Illustration de la méthode des moindres carrés

L'écart entre la droite y et le point P_i est donné par : $e_i = y_i - (a \times x_i + b)$ **(1)**

En fonction de l'orientation de la droite, un tel écart peut être négatif, c'est pourquoi nous minimisons la somme des carrés des écarts.

On cherche ainsi à minimiser, en fonction de a et b la quantité :

$$E = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a \times x_i + b)]^2 \quad \textbf{(2)}$$

Pour ce faire, on calcule la dérivée de E par rapport à b :

$$\frac{dE}{db} = \frac{d}{db} \sum_{i=1}^n [y_i - (a \times x_i + b)]^2 = -2 \times \sum_{i=1}^n [y_i - (a \times x_i + b)]$$

$$\frac{dE}{db} = -2 \times \sum_{i=1}^n y_i + 2 \times a \times \sum_{i=1}^n x_i + 2 \times b \times n$$

La dérivée s'annule lorsque :

$$\sum_{i=1}^n y_i = a \times \sum_{i=1}^n x_i + b \times n$$

En divisant par n, obtient alors : $\bar{y} = a \times \bar{x} + b$

Et en remplaçant b comme fonction de y, x et a dans **(2)**, on obtient :

$$E = \sum_{i=1}^n [y_i - a \times x_i - b]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - a \times x_i - \bar{y} + a \times \bar{x}]^2$$

$$E = \sum_{i=1}^n [(y_i - \bar{y}) - a \times (x_i - \bar{x})]^2$$

On dérive maintenant E par rapport à a :

$$\begin{aligned} \frac{dE}{da} &= \frac{d}{da} \sum_{i=1}^n [(y_i - \bar{y}) - a \times (x_i - \bar{x})]^2 = -2 \times \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) [(y_i - \bar{y}) - a \times (x_i - \bar{x})] \\ \frac{dE}{da} &= -2 \times \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + 2 \times a \times \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \end{aligned}$$

La dérivée s'annule lorsque :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Annexe 5 : Calcul du coefficient de régression

Afin de mesurer la qualité de l'ajustement de notre courbe de régression à notre nuage de point, on s'intéresse à l'erreur du modèle définie par :

$e_i = y_i - \hat{y}_i$ avec $\hat{y}_i = ax_i + b$ définissant l'équation de notre droite de régression.

La variance de l'erreur du modèle est alors définie comme :

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

La variance totale est définie comme la somme des écart total au carré.

L'écart se calcule comme la différence entre y_i et $\bar{y}$ la moyenne des observations, on a donc :

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

On divise notre différence en deux termes :

$$y_i - \bar{y} = y_i - \hat{y}_i + \hat{y}_i - \bar{y}$$

On peut alors écrire la variance totale comme :

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_i + \hat{y}_i - \bar{y}]^2 \\ \sigma_y^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) \end{aligned}$$

Comme :

$$y_i - \bar{y} = ax_i + b - \bar{y} = ax_i + \bar{y} - a\bar{x} - \bar{y} = a(x_i - \bar{x})$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

On a la réécriture suivante :

$$\begin{aligned} \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n e_i a(x_i - \bar{x}) \\ \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) &= \frac{2a}{n} \sum_{i=1}^n e_i x_i - \frac{2a\bar{x}}{n} \sum_{i=1}^n e_i \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) = \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n (ax_i + b) \\ \sum_{i=1}^n e_i &= n\bar{y} - (an\bar{x} + nb) = n\bar{y} - (na\bar{x} + n\bar{y} - na\bar{x}) \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n e_i = 0$$

De plus,

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n e_i x_i &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) x_i = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) x_i \\ \sum_{i=1}^n e_i x_i &= \sum_{i=1}^n y_i x_i - a \sum_{i=1}^n x_i^2 - b \sum_{i=1}^n x_i\end{aligned}$$

On a alors :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{a}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

En remarquant que :

$$\begin{aligned}Cov(x, y) &= \overline{xy} - \bar{x}\bar{y} \\ \sigma_x^2 &= \overline{x^2} - \bar{x}^2\end{aligned}$$

Notre somme devient :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i x_i = Cov(x, y) + \bar{x}\bar{y} - a(\sigma_x^2 + \bar{x}^2) - b\bar{x}$$

De plus, a est le coefficient directeur de la droite d'équation $y = ax + b$, il vérifie aussi $\bar{y} = a\bar{x} + b$ donc a s'écrit sous la forme :

$$a = \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x^2}$$

Et comme $b = \bar{y} - a\bar{x}$ alors, on peut écrire

$$b = \bar{y} - \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x^2} \bar{x}$$

On peut alors simplifier notre somme par :

$$\begin{aligned}\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i x_i &= Cov(x, y) + \bar{x}\bar{y} - \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x^2} (\sigma_x^2 + \bar{x}^2) - (\bar{y} - \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x^2} \bar{x}) \bar{x} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i x_i &= \bar{x}\bar{y} - Cov(x, y) \frac{\bar{x}^2}{\sigma_x^2} - \bar{x}\bar{y} + \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x^2} \bar{x}^2\end{aligned}$$

On obtient alors :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i x_i = 0$$

Notre variance totale se réécrit donc :

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$
$$\sigma_y^2 = \sigma_e^2 + \sigma_{\hat{y}}^2$$

On a ainsi obtenu une expression de notre variance totale en fonction de la variance résiduelle σ_e^2 et de la variance expliquée par la régression $\sigma_{\hat{y}}^2$.

Le coefficient de variation étant défini comme le pourcentage de la variance totale expliqué par l'ajustement linéaire, il est donné par le rapport : $\frac{\sigma_{\hat{y}}^2}{\sigma_y^2}$

Et on a donc bien :

$$R^2 = \frac{\sigma_{\hat{y}}^2}{\sigma_y^2} = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_y^2}$$